

אופטימיזציה בחיי יומיום

משך הפרק: 6 שעות

משימה 1: אמיר קונה בגדים

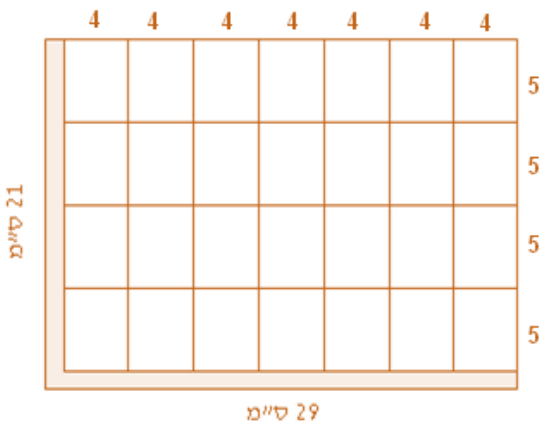
אמיר קיבל 310 ₪ כדמי חנוכה. הוא החליט לקנות מספר מרבי של פרטי ביגוד – חולצות וסוודרים. מחיר כל חולצה הוא 15.90 ₪ ומחיר כל סוודר 29.95 ₪.

- א. אם אמיר מעוניין לנצל את הסכום שברשותו כך שישאר לו סכום כסף קטן ככל האפשר - כמה חולצות וכמה סוודרים כדאי לו לקנות?
- ב. אם אמיר מעוניין לנצל את הסכום שברשותו לקניית פריטים רבים ככל האפשר - כמה חולצות וכמה סוודרים כדאי לו לקנות?
- לביצוע החישובים אפשר להיעזר בתוכנת excel.

במצבים שונים בחיי היומיום עלינו לבחור מתוך מגוון רחב של אפשרויות את האפשרות האחת המתאימה ביותר לצרכינו השונים.
לבעיות מסוג זה ולתהליך מציאת האפשרות היעילה ביותר מתוך מגוון רחב של אפשרויות נהוג לקרוא אופטימיזציה.

משימה 2: כמה פתקים אפשר לגזור מהדף?

גודלו של דף נייר A4 (הדף המצוי בדרך כלל במדפסות ובמכונות צילום) הוא $21 \text{ ס"מ} \times 29 \text{ ס"מ}$.
בבית דפוס מעוניינים לגזור מדף כזה מספר רב ככל האפשר של פתקים בגודל $4 \text{ ס"מ} \times 5 \text{ ס"מ}$.



תחילה מסרטטים וגוזרים כרטיסים רבים ככל האפשר באותו הכיוון, אחר כך מנסים לגזור מהשארייות כרטיסים נוספים.

א. בסרטוט מוצגת דרך אפשרית לגזירת הפתקים.

(1) כמה פתקים אפשר לגזור מדף A4 בדרך זו?

(2) מהו שטח הנייר שנשאר בדרך זו?

(3) כמה פתקים ניתן לגזור מהשטח שנשאר?

ב. הציעו תכנית אחרת לגזירת הפתקים בגודל הדרוש לפי הכללים שנקבעו בבית הדפוס.

(1) כמה פתקים אפשר לגזור לפי התכנון החדש?

(2) מהו שטח הנייר הבלתי מנוצל שנשאר בדרך זו?

(3) האם הדרך שמצאתם יעילה יותר מזו שהוצגה בסעיף א?

(4) אם נותר על כללי הגזירה הנהוגים בבית הדפוס - האם נוכל לגזור מדף A4 מספר גדול יותר של כרטיסים בגודל הדרוש? הסבירו.

(5) האם אתם בטוחים שמספר הכרטיסים שהגעתם אליו בסעיף הקודם הוא המספר הגדול ביותר האפשרי? הסבירו.

ג. תליה מציעה דרך למציאת מספר הכרטיסים המרבי שניתן לגזור מדף כלשהו, כאשר נתונות המידות של הכרטיסים ומידות הדף:

• מחשבים את שטח הדף

• מחשבים את שטח הכרטיס

• מחלקים את שטח הדף בשטח הכרטיס כדי לדעת כמה כרטיסים ניתן לגזור

במקרה שלנו: שטח הדף: $609 \text{ סמ"ר} = 21 \text{ ס"מ} \times 29 \text{ ס"מ}$

שטח הכרטיס: $20 \text{ סמ"ר} = 5 \text{ ס"מ} \times 4 \text{ ס"מ}$

מספר הכרטיסים: $609 : 20 = 30 \frac{9}{20}$

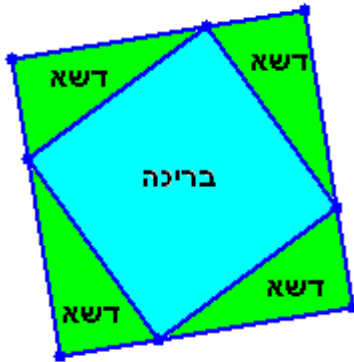
המסקנה: מספר הכרטיסים המרבי בגודל $4 \text{ ס"מ} \times 5 \text{ ס"מ}$ שאפשר לגזור מדף A4 הוא 30.

(1) בדקו את הדרך של תליה כאשר הדף הוא A4 וגודל הכרטיסים הוא $3 \text{ ס"מ} \times 2 \text{ ס"מ}$. מה מצאתם?

(2) האם הדרך של תליה נכונה לכל המקרים? אם כן – נמקו; אם לא – הציעו דוגמה נגדית: הציעו מידות של דף ושל

כרטיסים שעבורם החישוב של תליה אינו מראה את מספר הכרטיסים המרבי שניתן לגזור.

משימה 3: תכנון בריכה



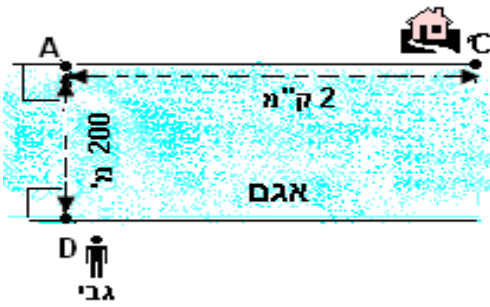
במועדון הספורט מתכננים לבנות בריכה על מגרש בצורת ריבוע שצלעו 100 מ'. הבריכה צריכה להיות ממוקמת על המגרש כמו שמתואר בסקיצה שמשמאל. כל משולשי הדשא צריכים להיות חופפים זה לזה.

- א. מהי צורתה של הבריכה? הסבירו.
- ב. הציעו כמה אפשרויות שונות לתכנון הבריכה בהתאם לדרישות. לכל אפשרות שהצעתם חשבו את שטח הבריכה ואת שטח הדשא.
- ג. שערו כיצד צריך לתכנן את הבריכה במסגרת הדרישות אם רוצים:
 - (1) ששטח הבריכה יהיה הגדול ביותר האפשרי.
 - (2) ששטח הדשא יהיה הגדול ביותר האפשרי.
 - (3) ששטח הדשא יהיה גדול משטח הבריכה.

בסעיף ג בדקתם כמה אפשרויות לבחירת אורכי הצלעות של משולשי הדשא: חישבתם והשוויתם את שטחי הבריכה שיתקבלו במקרים השונים וכן את שטחי הדשא שיתקבלו. כדי לחקור באופן כללי יותר כיצד לתכנן את הבריכה לפי הדרישות והצרכים השונים ניעזר בפונקציות.

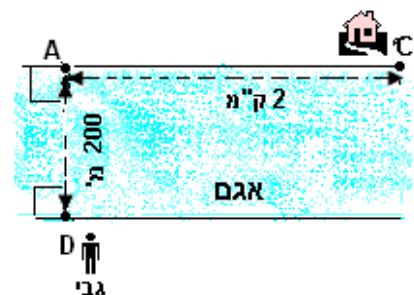
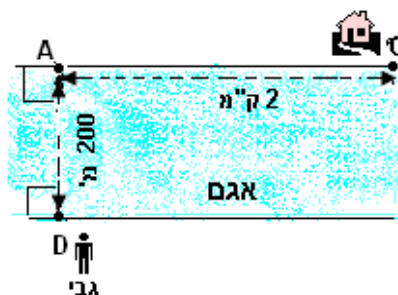
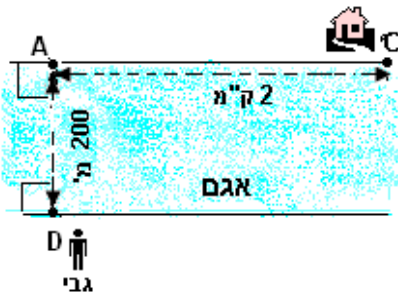
ד. סמנו ב-x (מטרים) את אורך הניצב הקצר במשולשי הדשא. כתבו ביטויים לשתי פונקציות:

- לפונקציה $f(x)$ המתארת שטח הדשא בהתאם ל-x
 - לפונקציה $g(x)$ המתארת שטח הבריכה בהתאם ל-x.
- היעזרו בכלי הצגת פונקציות וענו שנית על השאלות שבסעיף ג.



גבי נמצא על גדת אגם שרוחבו 200 מ' (בנקודה D בסקיצה). גבי מעוניין להגיע לביתו, שנמצא על הגדה האחרת של האגם (נקודה C בסקיצה), במרחק של 2 ק"מ מהנקודה A. (הנקודה A נמצאת בדיוק מול גבי מעבר לאגם - ראו סקיצה.) הסירה של גבי שטה במהירות של 45 מטר לדקה. מהירות ההליכה של גבי על היבשה היא 75 מטר לדקה.

א. סרטטו 3 דרכים שונות שבהן יכול גבי להגיע הביתה. סמנו נקודה B בין A ל-C, במקום שבו גבי יורד מהסירה בכל אחת מהדרכים.



ב. באיזו דרך גבי ילך ברגל מרחק קטן ככל האפשר? היכן תהיה הנקודה B בדרך הזו?

באיזו דרך גבי ישוט מרחק קטן ככל האפשר? היכן תהיה הנקודה B בדרך הזו?

איזו דרך היא הקצרה ביותר? היכן תהיה הנקודה B בדרך הזו?

ג. גבי מעוניין להגיע הביתה מהר ככל האפשר. שערו איזו דרך תהיה המהירה ביותר.

ד. בדקו כמה זמן תארך כל אחת מהדרכים האלה:

(1) גבי ישוט עד לנקודה A ואחר כך ילך לאורך הגדה.

(2) גבי ישוט ישר הביתה.

(3) גבי ישוט עד אמצע הדרך בין A ל-C ואחר כך ילך לאורך הגדה עד הבית.

איזו משלוש הדרכים תהיה המהירה ביותר?

נסו למצוא דרך מהירה עוד יותר.

ה. נסמן ב-x (מטרים) את המרחק מהנקודה A עד לנקודה B (המקום שבו גבי יורד מהסירה).

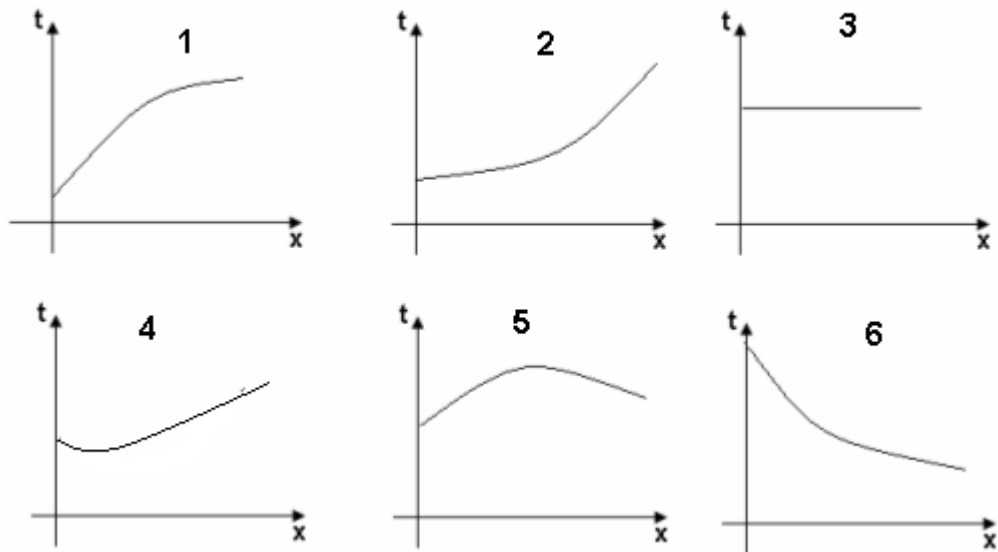
נסמן ב-t(x) (דקות) את הזמן שיידרש לגבי כדי להגיע לביתו.

(1) לאיזו דרך של גבי מתאים הערך $x=0$? והערך $x=2000$?

(2) האם קיים ערך כזה של הפונקציה? הסבירו.

(1) $t(288.4)$ (2) $t(-2)$ (3) $t(5000)$

ו. איזה מהגרפים יכול להיות גרף הפונקציה $t(x)$?



ז. כתבו באמצעות x ביטויים מתאימים :

(1) לאורך הדרך שגבי שט

(2) לאורך הדרך שגבי הלך ברגל

(3) לפרק הזמן שגבי שט

(4) לפרק הזמן שהלך ברגל

(5) לפונקציה $t(x)$.

ח. השתמשו ביישומון הצגת פונקציות :

(1) סרטטו את גרף הפונקציה ובדקו אם הוא דומה לגרף שבחרתם בסעיף ו.

(כדי לציין \sqrt{x} במחשב יש לרשום $\text{sqrt}(x)$, ואם מחפשים שורש ריבועי של ביטוי אלגברי

יש לרשום את הביטוי בתוך הסוגריים במקום x .)

(2) העריכו כמה זמן תארך הדרך המהירה ביותר.

(3) תארו את הדרך המהירה ביותר.

1. המשימה נמצאת בספר המקוון בקישור

<http://www.cet.ac.il/math/function/square/multi/multi6.htm>

שטח לארנבים: בעיית אופטימיזציה

בתחומים רבים בחיים נתקלים בבעיות שבהן צריכים לבחור את האפשרות הטובה ביותר (האפשרות האופטימלית) מבין מגוון אפשרויות העומדות בפנינו. בעיות כאלה נקראות בעיות אופטימיזציה. במשימה זו תעסקו בבעיית אופטימיזציה הקשורה לגידור שטח.

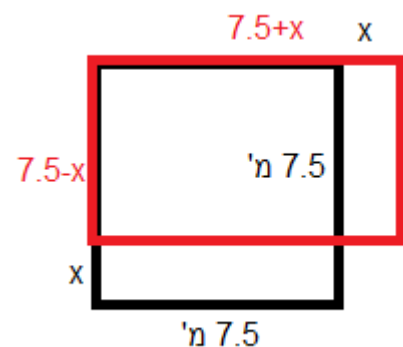
1. גידור בית לארנבים
ליום הולדתה קיבלה רונית, שמשפחתה גרה במושב, ארנבים שתוכל לגדל. הוריה גם קנו סליל גדר באורך 30 מטר, כדי לגדר שטח בגינה שיהיה ביתם של הארנבים. אביה של רונית הציע את התכנית הבאה לבניית בית-הארנבים.



על-פי תכנית זו, יהיה לארנבים שטח של 50 מטר מרובע.

בעזרת הציור הדינמי הבא אפשר לתאר תכניות רבות לגידור שטח מלבני בעזרת גדר באורך נתון. על ידי הזזת הנקודה C אפשר לשנות את אורך הגדר, ועל-ידי הזזת הנקודה B אפשר לשנות את תכנית-הגידור מבלי לשנות את אורך הגדר:

2. רון טוען שהשטח המלבני הגדול ביותר מתקבל כאשר המלבן הוא ריבוע, כי אם מנסים להפוך את הריבוע למלבן בעל אותו היקף - השטח קטן.



- א. הראו שהיקף המלבן האדום שווה להיקף הריבוע השחור.
- ב. הראו ששטח המלבן האדום קטן משטח הריבוע השחור.
- ג. האם אפשר להסיק מסעיפים א ו-ב, שמבין כל המלבנים שהיקפם 30 ס"מ - הריבוע (שצלעו 7.5 מ') הוא בעל השטח הגדול ביותר?

3. המשימה נמצאת בספר המקוון בקישור

<http://www.cet.ac.il/math/function/square/multi/multi6-2.htm>

שטח לארנבים: בעיית אופטימיזציה

2. ההצעה של עמרי

עמרי, אחיה של רונית, העלה את ההצעה הבאה: אפשר להשתמש באחד הקירות של המחסן הגדול העומד בחצר בתור צלע לבית הארנבים, וכך לא יהיה צורך לגדר את אחת הצלעות. הנה התכנית שהציע:

The diagram shows a green square representing the rabbit house, with four rabbits inside. The width of the green square is labeled as 10 meters. Below the green square is a brown rectangular base. The background of the diagram is filled with various mathematical formulas, including $f(x) = (x-2)+3$, $f(x) = (x-3)(x+5)$, and $f(x) = 3x+4$.