

שיטות ספירה

1. שיטת הספירה העשרונית

בחיים, וגם בבית הספר, אנחנו נוהגים לרשום מספרים בשיטת הספירה העשרונית. בשיטה זו משתמשים בעשר ספרות: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

א. מדוע לדעתכם משתמשים דווקא בעשר ספרות?

בשיטת העשרונית הערך של כל ספרה במספר תלוי במקומה. למשל, במספר 345 ערך הספרה 5 הוא חמש, ערך הספרה 4 הוא ארבעים (4×10), ערך הספרה 3 הוא שלוש מאות ($3 \times 10 \times 10$).

ב. השתמשו בכל אחת מעשר הספרות פעם אחת וכתבו מספר עשר-ספרתי הגדול ביותר שאפשר. הסבירו מדוע אי-אפשר לכתוב מספר גדול יותר.

ג. השתמשו בכל אחת מעשר הספרות פעם אחת וכתבו מספר עשר-ספרתי הקטן ביותר שאפשר. (אין לכתוב 0 בתחילת המספר.) הסבירו מדוע אי-אפשר לכתוב מספר קטן יותר.

ד. כמה מספרים עשר-ספרתיים שונים אפשר לכתוב?

בדומה לשיטת המבנה העשרוני אפשר להשתמש גם בשיטות ספירה אחרות. בעבר היו מקובלות שיטות ספירה שונות: הבבלים השתמשו בשיטת ספירה על בסיס 60, ובני המאיה השתמשו בשיטת ספירה על בסיס 20. כיום בטכנולוגיה הדיגיטלית משתמשים בשיטה הבינרית (על בסיס 2) ובתוכנות מחשב משתמשים בכתיבת מספרים בשיטה ההקסדצימלית (על בסיס 16).

2. שיטת הספירה האוקטלית - על בסיס 8

אל תיבהלו! בסיס שמונה הוא למעשה בדיוק כמו בסיס עשר – אם חסרות לכם שתי אצבעות.

[טום לרר](#)

דיון בעקבות טום לרר: נניח שהיו לנו 8 אצבעות במקום 10. איך לדעתכם היינו סופרים? אילו ספרות היו לנו? איך היינו כותבים את המספרים?

א. נסו לכתוב בעזרת הספרות 0-7 את המספרים 8, 20, 100, 1000, בדרכים שונות.
ב. פתחו שיטה "כמו-עשרונית" (כלומר, שיטה שבה ערך כל ספרה תלוי במקום של במספר) לכתוב מספרים באמצעות 8 ספרות.

1. מה יהיה ערך המספר "10" בשיטה זו? מה יהיה ערך המספר "66"?
2. מה יהיה המספר הראשון שלכתיבתו תזדקקו לשלוש ספרות?
3. כתבו בשיטה זו את המספרים 8, 20, 100, 1000.
4. מהם היתרונות והחסרונות של שיטה זו על פני דרכי כתיבה אחרות שהצעתם בשאלה הקודמת?

על מנת לציין שמספר נכתב בבסיס 8 אנו נסמן אותו עם ספרה 8 קטנה לימינו, למשל כך: 10_8 .

ג. בכל סעיף נתון מספר הרשום בשיטת ספירה על בסיס 8. רשמו את המספר בשיטה העשרונית.

- 1) 44_8 2) 60_8 3) 105_8 4) 404_8 5) 123_8 6) 321_8

ד. בלי לחשב, השוו בין 25_8 לבין 25_{10} . הסבירו את תשובתכם. נסו לנסח מסקנה המתאימה להשוואה בין הערכים של שני מספרים דו-ספרתיים, שכתבתם בשיטות ספירה על בסיס 8 וזהה לכתבתם על בסיס 10.

ה. בכל סעיף נתון מספר הרשום בשיטה העשרונית. רשמו את המספר על בסיס 8.

- 1) 5_{10} 2) 8_{10} 3) 10_{10} 4) 24_{10} 5) 27_{10} 6) 30_{10}

ו. האם יש מספרים שבשיטה העשרונית רשומים כדו-ספרתיים ועל בסיס 8 רשומים כתלת-ספרתיים?
אם יש - כתבו דוגמה. אם אין - הסבירו מדוע.

ז. האם יש מספרים שעל בסיס 8 רשומים כדו-ספרתיים ובשיטה העשרונית רשומים כתלת-ספרתיים?
אם יש - כתבו דוגמה. אם אין - הסבירו מדוע.

ח. האם יש מספרים שהכתיבה שלהם בשיטה העשרונית זהה לכתיבתם על בסיס 8?
הסבירו את תשובתכם.

ט. 1. חשבו: א) $2_8+4_8=$ ב) $3_8+5_8=$ ג) $7_8+6_8=$ ד) $10_8-1_8=$

הסבירו כיצד חישבתם.

2. השלימו את לוח החיבור על בסיס 8.

+	0_8	1_8	2_8	3_8	4_8	5_8	6_8	7_8
0_8								
1_8								
2_8								
3_8								
4_8								
5_8								
6_8								
7_8								

י. היעזרו בלוח החיבור שבניתם וחשבו:

1) 3_8+5_8

3) $65_8+25_8=$

5) $7_8-2_8=$

7) $14_8-6_8=$

2) $11_8+22_8=$

4) 325_8+273_8

6) $17_8-6_8=$

8) $312_8-54_8=$

יא. 1. חשבו על בסיס 8: $6_8 \times 4_8 =$, $2_8 \times 5_8 =$

הסבירו כיצד חישבתם.

2. בנו לוח כפל בשיטת הספירה על בסיס 8.

\times	0_8	1_8	2_8	3_8	4_8	5_8	6_8	7_8
0_8								
1_8								
2_8								
3_8								
4_8								
5_8								
6_8								
7_8								

יב. חשבו בעזרת לוח הכפל שבניתם:

1) $13_8 \times 2_8 =$

3) $3_8 \times 3_8 =$

5) $10_8 : 2_8 =$

7) $30_8 : 4_8 =$

2) $25_8 \times 4_8 =$

4) $11_8 \times 11_8 =$

6) $17_8 : 3_8 =$

8) $101_8 : 5_8 =$

3. שאריות החילוק ב-7 של מספרים הכתובים על בסיס 8

א. חשבו את שארית החילוק ב-7 של המספרים והביטויים, הכתובים על בסיס 8.

שימו לב: אין צורך לבצע את החישובים, או לעבור לשיטה העשרונית.

1) 10_8

3) $10_8 \times 10_8$

5) $100_8 \times 10_8$

2) 30_8

4) $400_8 + 30_8$

6) 431_8

ב. אילו מהמספרים שלפניכם מתחלקים ב-7? הסבירו.

$41_8, 61_8, 534_8, 446_8, 5711_8, 7777_8, 4365_8$

ג. 1. כתבו תנאי להתחלקות של מספר ב-7 על-פי ספרותיו בכתיבה על בסיס 8.

2. לאיזה מסימני ההתחלקות שהכרתם בעבר דומה הסימן שמצאתם? תארו את הדמיון ונסו להסביר מדוע הוא מתקיים.

4. השיטה ההקסדצימלית: ספירה על בסיס 16

בשיטת הכתיבה ההקסדצימלית (על בסיס 16) יש 16 ספרות:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

א. איזה ערך עשרוני יש לדעתכם לספרה C? איזה ערך יש לספרה F?

ב. תרגמו את המספרים הבאים לבסיס 10.

- | | | |
|--------------|---------------|----------------|
| 1) 10_{16} | 3) 100_{16} | 5) 1000_{16} |
| 2) 32_{16} | 4) $5C_{16}$ | 6) $D3A_{16}$ |

ג. מהו המספר ההקסדצימלי התלת-ספרתי הגבוה ביותר?

מהו המספר האוקטלי (בסיס 8) הארבע-ספרתי הגבוה ביותר?

השוו בין המספרים, והסבירו את התוצאה.

ד. תרגמו את המספרים הבאים לבסיס 16:

- | | | | |
|--------------|--------------|------------|-------------|
| 1) 15_{10} | 2) 90_{10} | 3) 100_8 | 4) 7777_8 |
|--------------|--------------|------------|-------------|

5. השיטה הבינארית

שיטת הספירה הבינארית פותחה במקור על ידי המדען הגרמני לייבניץ במאה ה-17.

בשיטה זו יש רק שתי ספרות: 0 ו-1.

השיטה הבינארית היא השיטה העיקרית שבה מאוחסן היום מידע במדיה אופטית (דיסקים, DVD) ובמדיה

מגנטית (שבב מחשב, דיסק קשיח או זיכרון נייד). במדיה אופטית הספרות מיוצגות על ידי חרירים

במשטח מחזיר אור. במדיה מגנטית כל ספרה מיוצגת על ידי מגנט זעיר עם קיטוב חיובי (1) או שלילי (0).

יחידת אחסון בסיסית כזאת, המייצגת סיפרה בינארית, נקראת **סיבית** או **ביט** (bit באנגלית).

א. לפניכם מספרים הרשומים בשיטה הבינארית. כתבו המספרים כל מספר בשיטה העשרונית.

- | | | | | |
|-----------|------------|-------------|-------------|---------------|
| 1) 1_2 | 2) 10_2 | 3) 100_2 | 4) 1000_2 | 5) 10000_2 |
| 6) 11_2 | 7) 101_2 | 8) 1001_2 | 9) 1100_2 | 10) 10101_2 |

ב. בלי לתרגם לבסיס 10, השוו בין 1111_2 ובין 10000_2 . הסבירו את תשובתכם.

ג. כתבו בשיטה הבינארית את עשרת המספרים הראשונים (מאחת עד עשר).

ד. פתרו את התרגילים בשיטה הבינארית. נסו לפתור מבלי לתרגם לשיטה העשרונית.

- 1) $1_2 + 10_2$ 2) $111_2 + 1_2$ 3) $1000_2 - 111_2$ 4) $101_2 - 11_2$
 5) $11_2 \times 10_2$ 6) $111_2 \times 100_2$ 7) $1000_2 : 100_2$ 8) $1010_2 : 10_2$

ה. כתבו בשיטה הבינארית: 26_{10} , 75_{10}

ו. א. כתבו בשיטה הבינארית את המספרים ההקסדצימליים:

- 1) 5_{16} 2) F_{16} 3) 50_{16} 4) $F0_{16}$
 5) 500_{16} 6) $5F5_{16}$ 7) $A36_{16}$ 8) $B70C_{16}$

ז. 1. השלימו את הטבלה.


בסיס 16	בסיס 2	בסיס 16	בסיס 2
0	0000	8	1000
1	0001	9	
2		A	
3		B	1011
4	0100	C	1100
	0101		
7	0111	F	1111

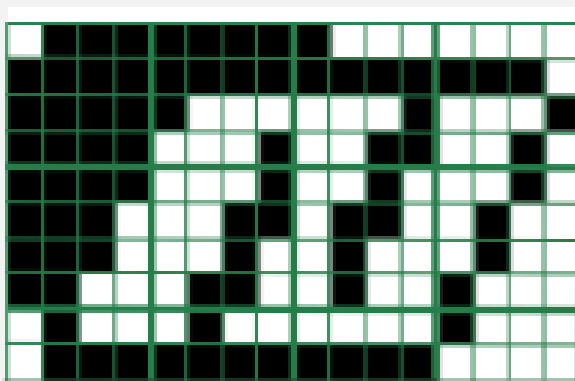
2. רשמו בשיטה ההקסדצימלית את המספרים הבינאריים:

- i) 10111010_2 ii) 111100001111_2 iii) 1011001110010001_2

3. תארו דרך מהירה לתרגום מספרים מהשיטה הבינארית לשיטה ההקסדצימלית ולהפך.

אחת הדרכים שבהן תמונות נשמרות בזיכרון המחשב היא **מפת סיביות**. השמות של קבצי תמונה כאלו מאופיינים בסיימת **bmp** (מהמילה bitmap). לשם הפשטות נתאר כאן קידוד של תמונה בשחור-לבן: התמונה מחולקת למשבצות קטנות הנקראות **פיקסלים**. כל שורה בתמונה מתורגמת למספר בינארי, כאשר פיקסל שחור מתורגם ל-1 ופיקסל לבן מתורגם ל-0, למשל. המספר נרשם בזיכרון המחשב או בקובץ. אם נרצה כעת לרשום או להדפיס את הנתונים האלו יהיה קצר יותר לעשות זאת בספרות הקסדצימליות.

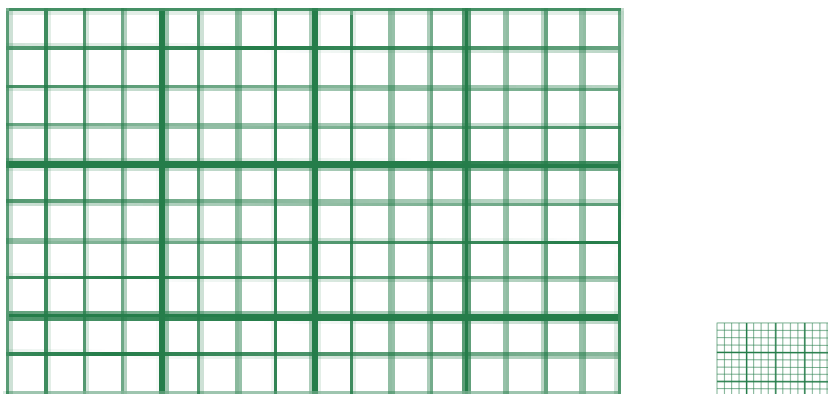
לדוגמה נתרגם את הצלמית  למספרים בינאריים ולקוד הקסדצימלי:



0111	1111	1000	0000	7F80
1111	1111	1111	1110	FFFE
1111	1000	0001	0001	F811
1111	0001	0011	0010	F132
1111	0001	0010	0010	F122
1110	0011	0110	0100	E364
1110	0010	0100	0100	E244
1100	0110	0100	1000	C648
0100	0100	0000	1000	4408
0111	1111	1111	0000	7FF0

ח. 1. ציירו תמונה המורכבת ממשבצות (אל תראו אותה לחברים).

ניתן לצייר את התמונה על הרשת הקטנה, ולאחר מכן לסמן את המשבצות השחורות ברשת הגדולה.



2. תרגמו את התמונה לקוד הקסדצימלי.

3. התחלפו ביניכם בקודים שכתבתם. נסו לשחזר את התמונות שציירו חבריכם על פי הקודים שלהם.

6. באילו שיטות ספירה?

א. באיזו שיטת ספירה רשומים המספרים שלפניכם בכל תרגיל?

1) $2 \times 2 = 11$

2) $13 + 54 = 100$

3) $22 - 13 = 5$

4) $3^2 = 10$

ב. באילו שיטות ספירה המספר 15 הוא מספר זוגי?

ג. 1. מצאו שיטת ספירה בה המספר 25 מתחלק ב-3.

2. האם קיימות שיטות ספירה נוספות בהן 25 מתחלק ב-3?

3. מה התנאי לכך שבשיטת ספירה מסוימת 25 יתחלק ב-3?

ד. 1. כמה מספרים דו-ספרתיים יש בשיטה העשרונית?

2. כמה מספרים דו-ספרתיים יש בשיטה הבינארית?

3. באיזו שיטת ספירה יש בדיוק שישה מספרים דו-ספרתיים?

4. באיזו שיטת ספירה יש בדיוק עשרים מספרים דו-ספרתיים?

5. כמה מספרים דו-ספרתיים יש בשיטת ספירה על בסיס n?