

תמונות ומסכים

משך הפרק: 4 שעות

כאשר אנו מציגים או רואים סרטים בטלוויזיה או בקולנוע, גודל התמונה צריך להתאים לגודל המסך שעליו היא מוקרנת. אותה תמונה תהיה בגודל שונה כאשר תוקרן על מסכים שונים, אך היחס בין גובה התמונה לרוחבה צריך להישמר, כדי שהתמונה לא תיראה מעוותת.



פיקסל (pixel – קיצור של picture element) הוא ה"אטום" של מסך דיגיטלי – היחידה הקטנה ביותר של התמונה. כל תמונה דיגיטלית מחולקת לשורות ועמודות של פיקסלים – משבצות קטנות ריבועיות בצבעים שונים המרכיבות ביחד את התמונה השלמה.



1. בסרטי טלוויזיה היחס בין רוחב התמונה לגובהה הוא 4:3.
 - א. כאשר שומרים את הסרט על תקליטור (DVD) רוחב התמונה הוא 720 פיקסלים. כמה פיקסלים יהיו בגובה התמונה?
 - ב. כאשר מקרינים את התמונה על מרקע טלוויזיה גובה התמונה הוא 51 ס"מ. מהו רוחבה?
 - ג. כאשר מקרינים את התמונה על מסך פלזמה רוחבה הוא 1.5 מטרים. מהו גובהה?
 - ד. יונית רוצה לשמור את כל פרקי הסדרה "הסוד של מיה" על תקליטור. לשם כך היא מתכננת לכווץ אותם, ולהקטין את הנפח הדרוש לאכסנם פי 10. העריכו מה יהיו הגובה והרוחב של התמונה המכווצת בפיקסלים.

מלבנים דומים הם מלבנים אשר היחס בין הצלעות הארוכות שלהם שווה ליחס בין צלעותיהם הקצרות. לדוגמה מלבנים 1 ו-2 הם מלבנים דומים, ואילו מלבן 3 אינו דומה להם.

①



20 מ"מ
25 מ"מ

②



12 מ"מ
15 מ"מ

③



15 מ"מ
40 מ"מ

ה. הראו כי התמונות המתקבלות בסעיפים ב ו-ג הן מלבנים דומים.

2. סרט מסך רחב הוא סרט שנשמר בפורמט דיגיטלי בהפרדה של 720 על 405 פיקסלים.



- א. מהו היחס בין רוחב התמונה לגובהה?
 ב. כאשר מקרינים את התמונה על מסך קולנוע הרוחב שלה הוא 32 מטרים. מה גובהה?
 ג. עמיר רוצה להקליט סרט כזה לנגן המדיה שלו, שרוחב המסך שלו הוא 240 פיקסלים. אם התמונה תתפוס את כל רוחב המסך - מה יהיה גובהה?

בטלפון נייד ניתן לראות תמונות כאשר הטלפון "שוכב" או "עומד", כפי שמודגם באיורים. אם תמונה ממלאת את כל המסך כאשר הטלפון שוכב - כאשר נציג אותה בטלפון במצב עומד בגודל מרבי אך ללא שינוי היחס בין הגדלים היא תתפוס רק חלק מהמסך. (החלק הנותר מנוצל לרוב לתפריטים או להצגת מידע. באיורים שלפניכם הוא מוצג בשחור.)



טלמוקה – יצרנית מכשירי טלפון ניידים



יצרנית מכשירי הטלפון **טלמוקה** מעוניינת לתכנן יישומים שינצלו בצורה מיטבית את "השטח השחור" - שטח המסך שנשאר פנוי כאשר מציגים תמונה בטלפון במצב עומד, בגודל מרבי ותוך שמירה על היחס בין הגובה לרוחב. לשם כך מעוניינת החברה לאפיין את השטח הזה. בטלפונים של חברת **טלמוקה** רוחב המסך הוא קבוע: "1 (אינץ' אחד). גובה המסך משתנה מטלפון לטלפון.

3. לטלפון מתוצרת **טלמוקה** נשלחה תמונה ריבועית.

- א. אם גובה המסך הוא "3 - מהו השטח שתתפוס התמונה ומה יהיה גודל השטח השחור, כאשר הטלפון עומד? כאשר הוא שוכב?
- ב. אם גובה המסך הוא "0.4 - מהו השטח שתתפוס התמונה ומה יהיה גודל השטח השחור, כאשר הטלפון עומד? כאשר הוא שוכב?
- ג. האם ייתכן שכלל לא יופיע על המסך שטח שחור? אם כן, מה ניתן להסיק מכך על גובה המסך?
- ד. תארו במילים שלכם כיצד תלוי שטח התמונה בגובה המסך כאשר הטלפון במצב עומד. נסו לצייר גרף המתאר את הקשר הזה: ציר ה-x ייצג את גובה המסך באינצ'ים, וציר ה-y ייצג את שטח התמונה באינצ'ים רבועים.

4. לרות ולמיקי יש מכשירי טלפון מתוצרת **טלמוקה**. במכשיר של רות גובה המסך הוא "2.

- במכשיר של מיקי גובה המסך שונה, אך כאשר מיקי השווה בין המכשיר שלו לזה של רות הוא מצא שהמסכים שלהם הם מלבנים דומים.
- א. מה גובה המסך במכשיר הטלפון של מיקי?
- ב. כאשר מציגים תמונה מסוימת בטלפון של רות במצב עומד, התמונה תופסת את כל שטח המסך. מה יהיו האורך והרוחב של אותה תמונה כאשר תוצג בטלפון של מיקי במצב עומד?
- ג. מהם גובהו ורוחבו של "השטח השחור" בטלפון של מיקי כאשר מציגים בו את אותה תמונה במצב עומד? ובמצב שוכב?

בשאלות 5-8 תוכלו להיעזר ב**יישומון**, המציג את הגובה והרוחב של "השטח השחור" המופיע בטלפונים של **טלמוקה**, עבור ערכים שונים של x – גובה המסך.

5. לשלומית יש טלפון מתוצרת **טלמוקה**. גובה המסך בטלפון שלה הוא "1.5". שלומית צילמה תמונת נוף בגליל. כאשר הטלפון של שלומית שוכב התמונה תופסת את כל שטח המסך.

- איזה מהאיורים בתמונה מתאר את הטלפון של שלומית?
- מה יהיה רוחב התמונה כאשר הטלפון עומד?
- מה יהיו הגובה והרוחב של "השטח השחור" במצב זה?



6. לדן יש טלפון מתוצרת **טלמוקה**, אשר גובה המסך שלו הוא "0.4". דן צילם תמונת נוף בנגב. כאשר הטלפון של דן שוכב התמונה תופסת את כל שטח המסך.

- איזה מהאיורים בתמונה מתאר את הטלפון של דן?
- מה יהיו הגובה והרוחב של "השטח השחור" אם התמונה תוצג כאשר הטלפון עומד?

7. נסמן ב- x (אינצ'ים) את גובה המסך במכשיר טלפון של **טלמוקה**.

תמונה של נוף הנגב מכסה את כל שטח המסך כאשר הטלפון במצב שוכב.

מציגים את התמונה בטלפון כשהוא עומד.

א. כתבו ביטויים המתארים את הגובה ואת הרוחב של "השטח השחור" המתקבל.

שימו לב: מתקבלים ביטויים שונים כאשר $x > 1$ וכאשר $x < 1$!

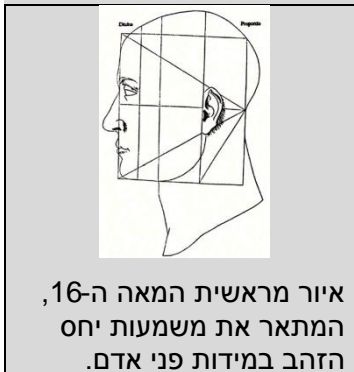
ב. באיזה מקרה גובה השטח השחור מתאפס? באיזה מקרה רוחב השטח השחור מתאפס? מה משותף למקרים אלו?

8. א. מצאו בעזרת היישומון ערך של x שעבורו "השטח השחור" הוא בצורת ריבוע.
 ב. מצאו עוד ערך של x שעבורו "השטח השחור" הוא ריבועי. מהו להערכתכם ההפרש בין שני ערכי ה- x שמצאתם?
 ג. נסו לשער מה הקשר בין צורות מסכי הטלפון במקרים שבהם "השטח השחור" הוא ריבועי.
 ד. כתבו משוואה המתארת את המצב שבו השטח השחור הוא ריבועי כאשר $x > 1$, ומשוואה המתארת את אותו מצב כאשר $x < 1$.

כאשר $x > 1$, הערך המדויק של x שעבורו "השטח השחור" הוא ריבועי הוא:

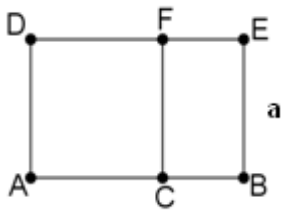
$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.61803\dots$$

המספר הזה מכונה **יחס הזהב**.



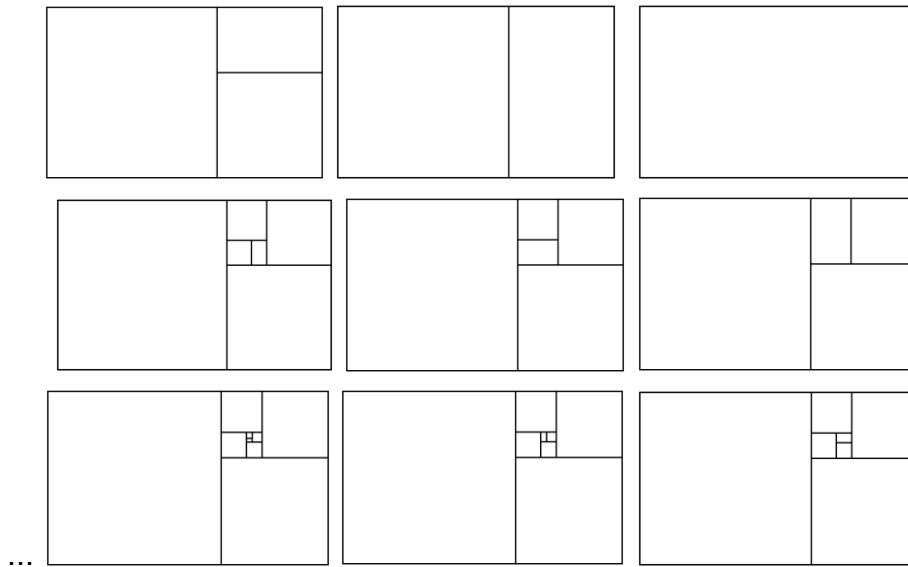
יחס הזהב ותכונותיו האלגבריות המיוחדות היו ידועים עוד ליוונים הקדמונים. אדריכלים, פסלים וציירים לאורך ההיסטוריה ראו בו יחס אידיאלי בין מידות שונות גם בבניינים וגם בדמויות אדם. נהוג לסמן אותו באות ביוונית ϕ (פי) - על שם הפסל פִּיִּדְיָאָס שתכנן את פסלי הפרתנון באתונה לפי יחס הזהב.

- ה. האם הערך של x מתאר יחס בבעיה שלנו? יחס בין אילו גדלים?
 ו. ודאו שהערך $x = \phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ פותר את המשוואה שמצאתם בסעיף ד עבור $x > 1$.
 ז. ודאו שהערך $x = \phi - 1 = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ פותר את המשוואה שמצאתם בסעיף ד עבור $x < 1$.
 ח. הוכיחו כי המסך שגובהו $x = \phi$ והמסך שגובהו $x = \phi - 1$ הם מלבנים דומים.



9. היחס בין אורכי צלעות המלבן ABED שבסרטוט הוא $AD : AB = \varphi$.
 (מלבן כזה נקרא "מלבן זהב").
 ACFD הוא ריבוע. הוכיחו כי המלבנים ABED ו-BCFE הם מלבנים
 דומים ומצאו את יחס הדמיון.
 האם יחס הדמיון תלוי ב-a?

01. חילקו מלבן זהב לריבוע ומלבן; את המלבן שהתקבל חילקו שוב באותו אופן, וכן הלאה,
 כפי שמתואר באיור הבא.



- ב. פי כמה קטנה הצלע הארוכה של המלבן הרביעי בסדרה מהצלע הארוכה של המלבן הראשון?
- ג. פי כמה קטן שטח המלבן הרביעי בסדרה משטח המלבן הראשון?
- ד. אם שטח המלבן הראשון היה 1 מ"ר, מה יהיה שטח המלבן ה-n בסדרה?