

## העתקות וסימטרייה

משך הפרק: 10 שעות

את הפעילות מלוות הוראות לעבודה בתוכנה [גאוגברה](#) במסגרת משמאל.

### פעילות א: שיקוף

1. א. סרטטו בגאוגברה משולש ABC וישר d.

שקפו את המשולש ABC בישר d.

קיבלתם משולש חדש 'A'B'C'.

ב. תארו את הקשר בין שני המשולשים שקיבלתם.

ג. סרטטו **על נייר** משולש וישר. שקפו את המשולש בישר בעזרת סרגל ומד-

זווית. תארו את סדרת הפעולות שביצעתם.

ד. בצעו שיקופים של צורות אחרות בישרים שונים בעזרת סדרת הפעולות

שתיארתם בסעיף הקודם. האם סדרת הפעולות מתאימה לשיקוף של כל

צורה בכל ישר? אם לא – נסו לתקן את תיאור הפעולות.

**העתקה** היא פעולה המשנה את מיקומם של נקודות וצורות במישור.

**שיקוף בישר** הוא העתקה, המעתיקה כל נקודה במישור אל "תמונת הראי" שלה

ביחס לישר. בשיקוף של צורה אנו מעתיקים כל נקודה בצורה אל תמונת הראי

שלה באותו ישר, וכך נוצרת תמונת ראי של הצורה.

2.

א. סרטטו מלבן ABCD וישר e. שקפו את המלבן בישר וקבלו מלבן 'A'B'C'D'.

ב. הזיזו את הישר כך שהמלבן 'A'B'C'D' יכסה בדיוק את המלבן המקורי.

כאשר משקפים צורה כלשהי בישר ותמונת הראי המתקבלת מכסה בדיוק

את הצורה המקורית, אומרים שישר השיקוף הזה הוא **ציר סימטרייה**

של הצורה המקורית.

ג. נסו לסרטט ציר סימטרייה נוסף של המלבן ABCD. האם הצלחתם?

ד. איתן אומר: "האלכסון של המלבן מחלק אותו לשני משולשים חופפים, ולכן

הוא ציר סימטרייה של המלבן".

האם איתן צודק? הסבירו.

ה. כמה צירי סימטרייה יש לדעתכם למלבן? מהם?



להתקנת גאוגברה  
לחצו [כאן](#). לפני הפעילות  
בתוכנה הורידו את הקובץ  
"כלי הצורות" ופתחו אותו  
בתוכנה.



כדי לסרטט משולש  
בחרו את הכלי **משולש**  
בתפריט **כלי הצורות** (הימני  
ביותר בסרגל הכלים),  
וסרטטו 3 נקודות בעזרת  
העכבר.



סרטטו ישר על ידי  
בחירת הכלי **ישר דרך שתי**  
**נקודות** וסרטטו 2 נקודות.



בחרו בכלי **הזזה** כדי  
לגרור את הנקודות.



שקפו את המשולש  
בישר על-ידי בחירת הכלי  
**שיקוף עצם יחסית לישר**,  
ואז בחירת המשולש והישר.

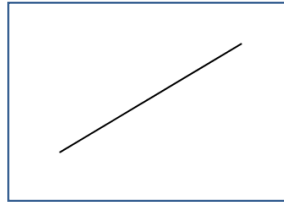


כדי לבנות מלבן בחרו  
את המלבן מתפריט **כלי**  
**הצורות**, ובחרו 3 נקודות.



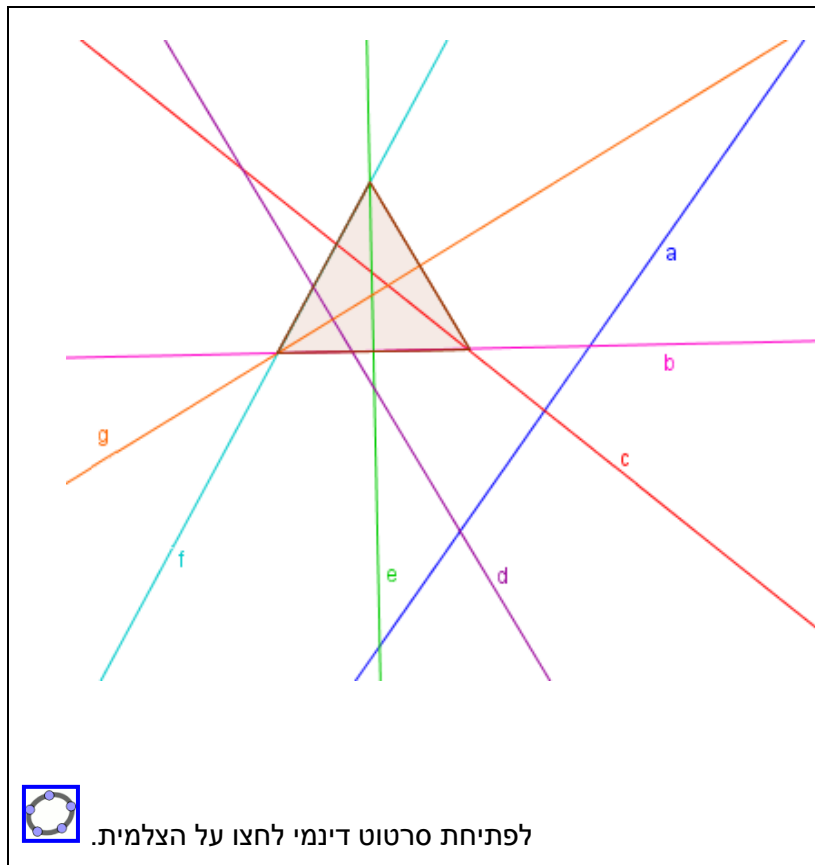
כדי לסמן נקודה  
באמצע קטע הפעילו את  
הכלי **נקודת אמצע** מתפריט  
**הנקודה**, ובחרו קטע או 2  
נקודות.

3. א. סרטטו ריבוע בעזרת הכלי המתאים.  
 ב. סרטטו לריבוע ציר סימטרייה.  
 ג. האם יש לריבוע צירי סימטרייה נוספים? תארו אותם.  
 ד. כמה צירי סימטרייה יש לכל ריבוע? הסבירו.



4. מהם צירי הסימטרייה של הקטע שבסרטוט?

5. המשולש בסרטוט הוא משולש שווה-צלעות.  
 א. אילו מהישרים בסרטוט הם צירי סימטרייה של המשולש?  
 ב. כמה צירי סימטרייה יש למשולש שווה-צלעות?



לפתיחת סרטוט דינמי לחצו על הצלמית.

6. —

- א. מצאו משולש שבו אחד התיכונים הוא ציר סימטרייה של המשולש.  
 ב. מצאו משולש שונה שגם בו אחד התיכונים הוא ציר סימטרייה. מה משותף למשולשים שמצאתם?  
 ג. מצאו משולש ששלושת התיכונים שלו הם צירי סימטרייה של המשולש. מה מאפיין אותו?  
 ד. לכל משולש יש ציר סימטרייה? הסבירו את תשובתכם.

7. א. סרטטו דלתון בעזרת הכלי המתאים.

ב. סרטטו לדלתון ציר סימטרייה.

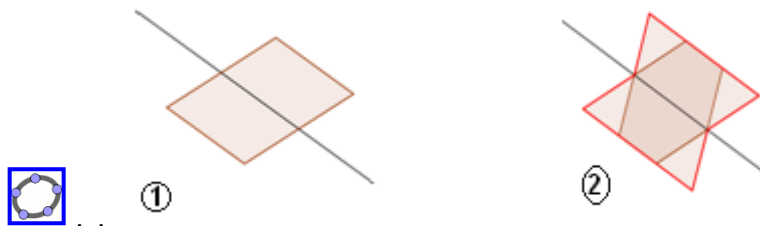
ג. כמה צירי סימטרייה יש לדלתון? פרטו והסבירו.

ד. האם קיימים דלתונים עם צירי סימטרייה נוספים?

**תזכורת:** דלתון הוא מרובע המורכב משני משולשים שווים-שוקיים בעלי בסיס משותף.

8. את המקבילית שבסרטוט 1 שיקפו בישר העובר דרך אמצעי צלעות נגדיות של המקבילית. מהצירוף

של המקבילית המקורית והשיקוף שלה נוצר משושה (מסומן באדום בסרטוט 2).



א. נסו לשנות את צורת המקבילית, כך שהמקבילית והשיקוף שלה לא יוצרים ביחד משושה. בדקו צורות שונות של מקבילית, כאלו שיוצרות עם השיקוף שלהן משושה וכאלו שלא. מה מאפיין את המקביליות בכל מצב?

ב. מצאו ישר נוסף שאם משקפים בו את המקבילית בסרטוט למעלה, אז המקבילית המקורית והשיקוף שלה יוצרים יחד משושה.

ג. נסו לשקף את המקבילית בישרים שונים. האם מצאתם ציר סימטרייה? אם כן – תארו אותו. אם לא, נסו להסביר.

ד. נתון כי למקבילית מסוימת יש ציר סימטריה. דרך אילו נקודות על היקף המקבילית יכול ציר הסימטריה לעבור? הסבירו מה מאפיין את המקבילית, ומדוע.

9. נתונים הזווית בין שני ישרים היא  $60^\circ$ .

א. מצאו משולש שווה צלעות ששני הישרים הם צירי סימטרייה שלו.

סרטטו את המשולש ואת כל צירי הסימטרייה שלו.

ב. ✪ לצורה נוספת יש שני צירי סימטרייה שהזווית ביניהם היא  $60^\circ$ .

כמה צירי סימטרייה (לפחות) יש לצורה זו? נמקו.

✪ 01

א. לצורה מסוימת יש שני צירי סימטרייה שהזווית ביניהם היא  $30^\circ$ .

כמה צירי סימטרייה (לפחות) צריכים להיות לצורה זו? סרטטו צורה כזו.

ב. לצורה מסוימת יש שני צירי סימטרייה שהזווית ביניהם היא  $70^\circ$ . נסו לסרטט

צורה כזו. כמה צירי סימטרייה (לפחות) יש לצורה זו?

כאשר מגדירים זווית או משתנה על-ידי מעלות בגאוגברה, יש להוסיף  $^\circ$  בסוף המספר, למשל  $30^\circ$  ולא  $30$  (אחרת התוכנה מתייחסת למספר כרדיאנים).

לכתיבת הסימן  $^\circ$  יש להשתמש בתפריט הסימנים משמאל לשדה הקלט:

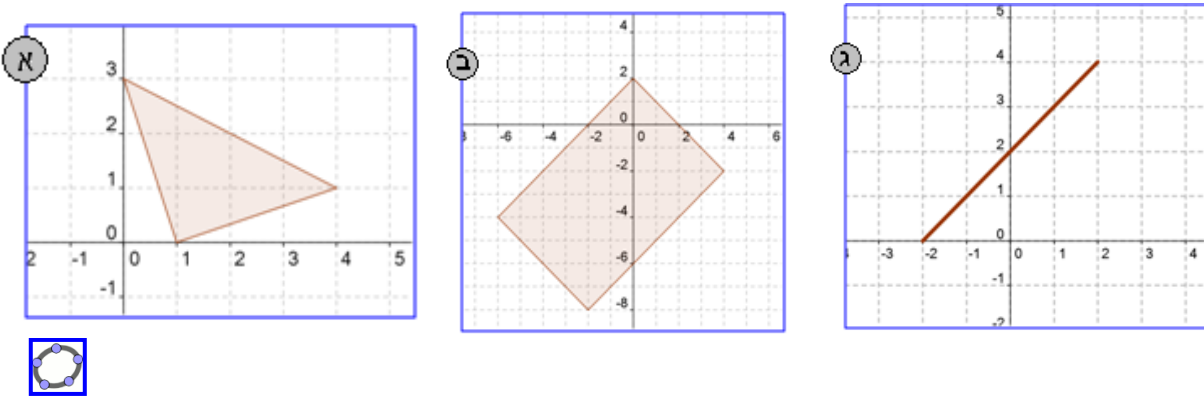


11. האם קיימות צורות מישוריות בעלות אינסוף צירי סימטריה?  
אם כן - נסו להציע לפחות שתי צורות כאלה. אם לא - הסבירו מדוע לא.

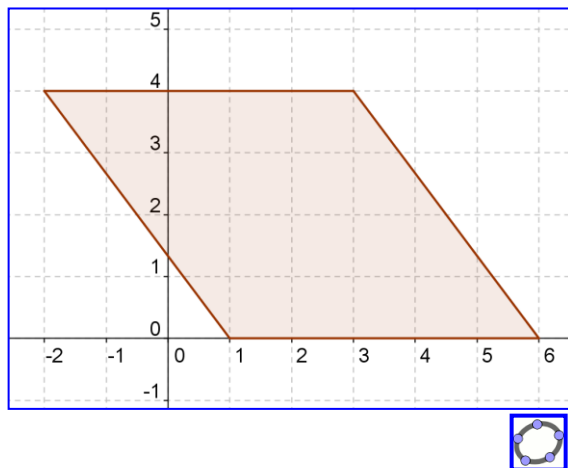
**הרחבה: סימטריה במערכת צירים**

בשאלות הבאות נתייחס לצורות הנמצאות בתוך מערכת צירים כזו שיש לה יחידות שוות על ציר ה-x ועל ציר ה-y.

1. בכל אחת מהצורות הבאות סמנו את ציר הסימטריה וכתבו פונקציה שציר הסימטריה הוא הגרף שלה. אם יש יותר מציר סימטריה אחד - כתבו ביטויים של פונקציות מתאימות לכל אחד מהם.



2. בכל סעיף סרטטו את גרף הפונקציה הקווית הנתונה, שקפו בו את המרובע שבסרטוט ובדקו אם הגרף הוא ציר סימטריה של המרובע.



- א.  $y = 2$
- ב.  $y = 2x - 2$
- ג.  $y = -\frac{4}{3}x + 8$
- ד.  $y = -\frac{4}{3}x + \frac{14}{3}$
- ה.  $y = -\frac{1}{2}x + 3$

כדי לסרטט את גרף הפונקציה בגאוגברה כתבו את המשוואה המתארת אותה בחלון הקלט, מתחת ללוח הסרטוט. לדוגמה, בכדי לצייר את הגרף בסעיף ג כתבו בחלון הקלט  $y = -(4/3)x + 8$ .

3. סרטטו במערכות צירים מצולעים העונים לדרישות הבאות. ציינו את שיעורי הקדקודים של כל מצולע.
- א. משולש שציר ה-X הוא ציר סימטרייה שלו.
- ב. מרובע שגרף הפונקציה  $y=x$  הוא ציר הסימטרייה היחיד שלו.
- ג. מרובע שהגרפים של  $y=2x$  ושל  $y = -\frac{x}{2}$  הם צירי הסימטרייה היחידים שלו.
- מה מאפיין מרובע זה?
- ד. מצאו עוד מרובע שהינו בעל שני צירי סימטריה בדיוק, מסוג שונה מהמרובע שמצאתם בסעיף ג.
- ה. \* מרובע שהישר  $y = -x$  וציר ה-x הם צירי סימטרייה שלו.
- כמה צירי סימטרייה יש למרובע שסרטטתם?

4. \_\_\_\_\_
- א. הנקודה (2,4) היא קצה של קטע שהישר  $y = 1$  הוא ציר סימטרייה שלו. מצאו את שיעורי הקצה השני של הקטע.
- ב. סרטטו קטע שהישר  $y = 2$  הוא ציר סימטרייה שלו.
- ג. \* סרטטו קטע נוסף שהישר  $y = 2$  הוא ציר סימטרייה שלו, והוא אינו מקביל לקטע שסרטטתם בסעיף ב.

5. \_\_\_\_\_
- א. הישר  $y = 2x$  הוא ציר סימטרייה של הנקודה (1,2). הסבירו מדוע.
- ב. האם קיימות עוד נקודות שהישר  $y = 2x$  הוא ציר סימטרייה שלהן? מהן?

6. במערכת צירים נתון הישר  $y = x$ .
- א. מצאו נקודה המועתקת לעצמה בשיקוף בישר זה. האם קיימות נקודות נוספות כאלו? מי הן?
- ב. מצאו פונקציה שהגרף שלה מועתק לעצמו בשיקוף בישר  $y = x$ . האם קיימות עוד פונקציות כאלו?

פעילות ג: סיבוב

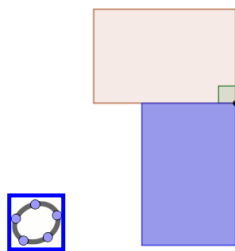
כדי לשוב משולש ABC סביב נקודה D, בחרו בכלי סיבוב עצם סביב נקודה בזווית, בחרו את המשולש ואת הנקודה, והקלידו את הזווית בתיבת הדו-שיח שתיפתח.

שימו לב: בתיבת הדו-שיח יש להקפיד על סימון המעלות ( $^{\circ}$ ) בסוף המספר, למשל  $45^{\circ}$ , על מנת שהתוכנה תזהה שמדובר ביחידות של מעלות.

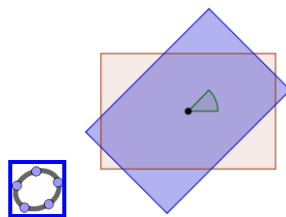
1. א. בחרו מהתפריט משולש ABC וסמנו נקודה כלשהי D. סובבו את המשולש ABC סביב נקודה D. קיבלתם משולש חדש 'A'B'C'. ב. מה הקשר בין שני המשולשים שקיבלתם? ג. סרטטו על נייר משולש ונקודה ובחרו זווית סיבוב. בעזרת סרגל ומד-זווית. סובבו את המשולש סביב הנקודה בזווית הסיבוב שבחרתם. תארו את סדרת הפעולות שביצעתם. ד. האם סדרת הפעולות שתיארתם בסעיף ג מתאימה לכל סיבוב של צורה סביב נקודה כלשהי בזווית כלשהי? אם לא – נסו לתקן את סדרת הפעולות כך שתתאים.

**סיבוב** הוא העתקה במישור המזיזה כל נקודה בזווית מסוימת סביב לנקודה הנקראת **ציר הסיבוב**. על-מנת לתאר סיבוב מספיק לציין את נקודת הציר ואת זווית הסיבוב (נגד כיוון השעון).

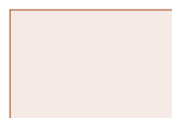
2. —



- א. את המלבן הבהיר שבסרטוט סובבו ב- $90^{\circ}$  (נגד כיוון השעון) סביב אחד מקדקודיו, והתקבל המלבן הכהה. בכמה מעלות (נגד כיוון השעון) יש לסובב את המלבן הכהה כדי שיתקבל המלבן הבהיר?



- ב. את המלבן הבהיר סובבו ב- $45^{\circ}$  סביב נקודת חיתוך האלכסונים שלו והתקבל המלבן הכהה. באיזו זווית אחרת ניתן לסובב את המלבן הבהיר ולקבל את אותו מלבן כהה?



- ג. תארו סיבוב שיעתיק את המלבן שבסרטוט חזרה אל עצמו. (כדי לתאר סיבוב תארו באיזו זווית מסובבים וסביב איזו נקודה).

3. לכל אחת מהצורות תארו את השיקופים והסיבובים המעתיקים את הצורה לעצמה. לתיאור שיקוף ציינו מהו ישר השיקוף; לתיאור סיבוב ציינו זווית ונקודה.

- (1) משולש שווה-שוקיים
- (2) ריבוע
- (3) מתומן משוכלל (מצולע בעל 8 צלעות שוות ו-8 זוויות שוות).

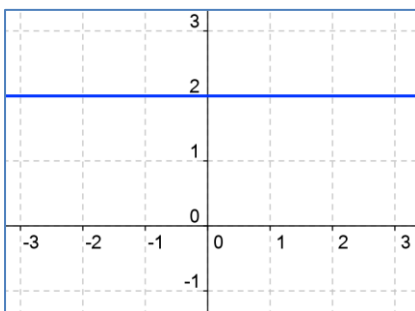
אנו אומרים שלצורה יש סימטרייה סיבובית אם קיים סיבוב (של יותר מ- $0^\circ$  ופחות מ- $360^\circ$ ) שמעתיק את הצורה אל עצמה. נקודת הציר של הסיבוב נקראת ציר הסימטרייה של הצורה.

4. \_\_\_\_\_  
 א. רחל טוענת שלריבוע יש סימטרייה סיבובית, אשר הציר שלה הוא נקודת מפגש האלכסונים של הריבוע וזווית הסיבוב היא  $90^\circ$ . האם רחל צודקת? נמקו.  
 ב. הציעו צורות נוספות שיש להן סימטרייה סיבובית של  $90^\circ$ .  
 ג. נורית טוענת שלמשולש שווה-צלעות יש סימטרייה סיבובית של  $60^\circ$  סביב נקודת מפגש התיכונים. האם נורית צודקת? נמקו.

5. למצולע משוכלל מסוים יש סימטרייה סיבובית של  $40^\circ$ . מצאו את הזוויות של כל הסיבובים המעתיקים את המצולע אל עצמו.

6. \* מצאו צורה בעלת סימטרייה סיבובית של  $70^\circ$ . מצאו עוד העתקות סיבוב ושיקוף המעתיקות צורה זו אל עצמה.

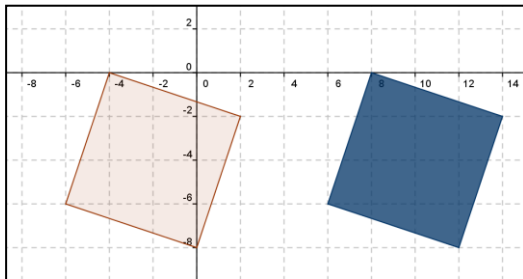
### הרחבה: סיבוב ושיקוף במערכת צירים



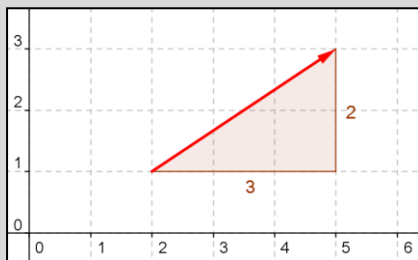
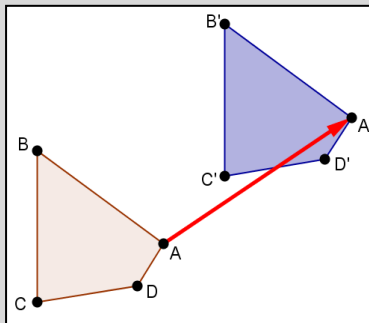
1. בסרטוט מוצג גרף הפונקציה  $y = 2$ .  
 א. מהם צירי הסימטרייה של הגרף?  
 ב. האם יש עוד עצמים במישור שאלו צירי הסימטרייה שלהם?  
 ג. האם יש לגרף סימטרייה סיבובית? באילו זוויות וסביב אילו צירי סימטרייה?  
 ד. האם קיימות עוד צורות המועתקות לעצמן באותם סיבובים?

2. במערכת צירים נתונות הנקודות  $A=(0,1)$ ,  $B=(1,0)$ .  
 א. רשמו את כל צירי הסימטרייה של הקטע AB.  
 ב. רשמו את הסיבובים השונים המעתיקים את הקטע AB לעצמו.

פעילות ד: הזזת



1. הריבוע הכהה התקבל מהריבוע הבהיר על ידי העתקה. תארו את סדרת הפעולות שיש לעשות על הריבוע הבהיר כדי לבצע את ההעתקה הזו.



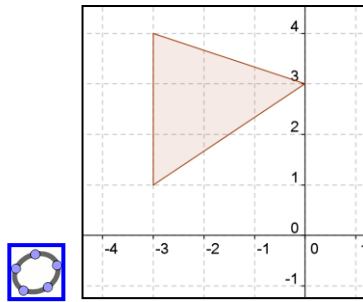
הזזה היא העתקה ה"מסיעה" את כל הנקודות של צורה מישורית בכיוון מסוים ובמרחק מסוים. את הכיוון והמרחק של ההזזה מתארים בעזרת **חץ ההזזה**, כפי שמוצג בסרטוט.

חץ ההזזה מכונה גם **וקטור ההזזה**. במערכת צירים ניתן לתאר את וקטור ההזזה כאילו כיתר במשולש ששוקי ניצביו מקבילים לצירים. ניתן לדעת את אורך הווקטור וכיוונו על-פי אורכי הניצבים במשולש.

**דוגמה:** את הווקטור בסרטוט מתאר זוג המספרים  $(3, 2)$ ; המספר השמאלי מתאר את אורך הניצב המקביל לציר ה-X והמספר הימני את אורך הניצב המקביל לציר ה-Y.



2. המשולש שבסרטוט הוזז ב-3 יחידות ימינה ויחידה אחת כלפי מטה.



א. כתבו את וקטור ההזזה.

ב. סרטטו את הצורה שהתקבלה וציינו מהם קדקודיה.

ג. בנו על דף משובץ מערכת צירים משלכם. סרטטו עליה משולש ורשמו את

קדקודיו. הזיזו את המשולש בווקטור ההזזה  $(-2, 1)$ . תארו את סדרת

הפעולות שביצעתם וציינו את קדקודי המשולש שהתקבל.

3. על מעוין שקדקודיו  $(0, -6)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(0, 6)$ ,  $(-4, 0)$  הפעילו הזזה בווקטור  $(0, 6)$ ,

אחר כך סיבוב ב- $90^\circ$  סביב  $(0, 0)$  ולאחר מכן הזזה בווקטור  $(6, 0)$ .

א. סרטטו את הצורה שהתקבלה.

ב. תארו כיצד ניתן להעביר את המעוין המקורי אל המעוין החדש בדרכים אחרות:

(1) על ידי 2 העתקות: סיבוב ולאחר מכן הזזה

(2) על ידי הזזה ולאחר מכן סיבוב

(3) על ידי סיבוב בלבד.

4. ☆

א. נסו למצוא מצולע המוזז אל עצמו. אם אין מצולע כזה - הסבירו מדוע.

ב. הראו כי גרף הפונקציה  $y = 1$  מועתק לעצמו תחת הזזה בווקטור  $(2, 0)$ .

### סימטריית הזזה

אם הזזה בווקטור מסוים מעתיקה עצם אל עצמו נאמר כי יש לעצם סימטריית הזזה בווקטור זה.

ג. האם יש לגרף הפונקציה  $y = 1$  סימטריית הזזה בווקטורים נוספים?

ד. האם יש לגרף הפונקציה  $y = 1$  סימטריות אחרות (שיקוף או סובב)?

5. ☆ תארו את הסימטריות השונות של גרף הפונקציה  $y = x + 1$ .

כדי ליצור וקטור פתחו את התפריט כלי קווים ובחרו את הכלי וקטור בין שתי נקודות, ואח"כ בחרו 2 נקודות או קטע.



כדי ליצור וקטור באורך נתון בחרו בכלי וקטור מנקודה.



להזזת משולש בְּנו וקטור הזזה, אח"כ בחרו בכלי הזזת עצם בווקטור מתפריט כלי ההעתקה ואז בחרו את המצולע והווקטור.



**פעילות ו: משימות מהספר הממוחשב**

הפעילות היא מתוך הפרק [העתקות הגרף](#) בספר הממוחשב שנמצא באתר מטח.

## העתקות הגרף

פעילות זו עוסקת בפעולות המשנות פונקציה על-ידי שינוי הגרף שלה: פעולות אלה נקראות העתקות או פעולות-העתקה. ההעתקות מאפשרות להתחיל מפונקציה אחת ועל-ידי שינוי הגרף שלה לבנות משפחה של פונקציות, שחלק מהמאפיינים שלהן משותפים.



האיור הדינמי משמאל מאפשר לבצע הזזות של גרפים. באיור מופיעים גרפים של שלוש פונקציות קוויות, וכאשר מצביעים על הגרף והסמן משתנה מ"חץ" ל"יד", אפשר להזיז את הגרף בכיוון אופקי או אנכי.

גרפים חדשים

הכלים המצורפים לפעילות זו, וכן הכלי **העתקות הגרף** מרשימת הכלים, מאפשרים ללמוד את פעולות ההעתקה ולבחון את השפעתן על ייצוגים שונים של פונקציה: הייצוג הגרפי, טבלת-הערכים וכלל-ההתאמה.

### כיתבו חיבור על פעולות ההעתקה

לימדו את פעולות ההזזה והשיקוף. המשימות בפעילות יכולות להציע כמה כיווני חקירה. התייחסו למשל לסוגיות הבאות:

- כיצד מתבטאות כל אחת מפעולות ההעתקה בייצוגי הפונקציה השונים:
  - הגרף
  - כלל ההתאמה
  - טבלת הערכים
- כיצד משפיעות העתקות שונות על תכונות של הפונקציה (כגון, עליה, נקודות חיתוך עם הצירים, שיפוע)? אילו תכונות משתנות, אילו תכונות נשארות קבועות?
- כיצד אפשר להעזר בהעתקות בתיאור תופעות? כאשר מפעילים העתקה על פונקציה המתארת סיפור, מה המשמעות של השינוי מבחינת שינוי הסיפור? במשימות תמצאו דוגמאות לתופעות שאפשר לתאר באמצעות פונקציות, ושבהן ניתן להעזר בהעתקות על-מנת לתאר שינויים בסיפור.

**בצעו את המשימות:**

- [קווים מוזזים לנקודה](#)
- [הזזה מקו לקו בדרכים שונות](#)
- [תחרות בין חברות טלפון](#)