מדריך למורה ליחידה א - משחקים בלוחות מספרים

משך הפעילות – 1 -2 מפגשים

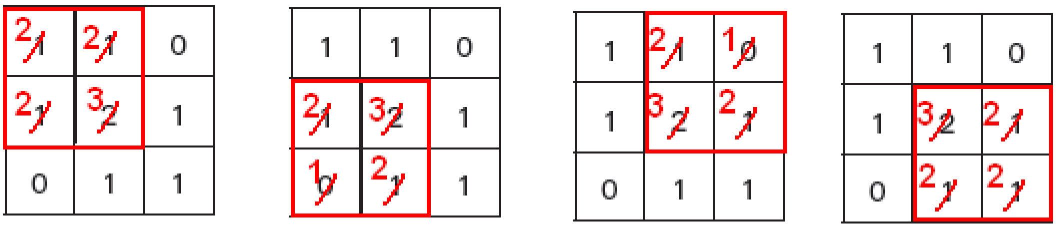
הדגשים הדידקטיים מוצגים בכל אחת מהמשימות, מומלץ לקרוא...

משלימים לוחות

משימה 1 (עמ' 27)

א. בשלב השני ארנון בחר בלוח הימני-התחתון (ניתן לראות זאת בקלות לפי המשבצת הימנית התחתונה שנוסף בה 1).

ב. אפשר לשאול את התלמידים למה מוצגים בסעיף הזה ארבעה לוחות ריקים. כיוון שבלוח יש ארבעה לוחות של 2X2 – יש ארבע אפשרויות להתקדם לשלב הבא:



ד. בכל הלוחות הקיימים הסכום של שני המספרים במשבצות הקיצוניות שבשורה העליונה שווה למספר במשבצת האמצעית.

הסבר: המספר במשבצת השמאלית העליונה שווה למספר הצעדים שבהם נבחר הלוח 2X2 שבפינה השמאלית העליונה. המספר במשבצת הימנית העליונה שווה למספר הצעדים שבהם נבחר הלוח 2X2 שבפינה הימנית העליונה. המשבצת האמצעית העליונה שייכת לשני הלוחות הללו, לכן המספר שבתוכה גדל ב-1 גם כאשר מתקיימים צעדים בפינה השמאלית העליונה וגם כאשר מתקיימים צעדים בפינה הימנית העליונה, לכן המספר שווה לסכומם.

ה. קשרים נוספים בין מספרים בכל הלוחות:

1. **בכל שורה** הסכום של שני מספרים במשבצות הקיצוניות שווה למספר שבמשבצת האמצעית.
2. **בכל עמודה** הסכום של שני מספרים במשבצות הקיצוניות שווה למספר שבמשבצת האמצעית.
3. הסכום של ארבעת המספרים שבפינות הלוח שווה למספר שבמשבצת המרכזית של הלוח.

התלמידים יכולים להגדיר קשרים נוספים, כל המרבה הרי זה משובח.

עוד קשר לדוגמה: סכום המספרים בהיקף גדול פי 3 מהמספר במרכז.

כיצד להגיע ללוח הנתון?

משימה 2 (עמ' 28)

א. מידע אודות הלוח שקיבל איציק אחרי 5 שלבים:

	5	

- במשבצת המרכזית מופיע המספר 5 (כמספר השלבים) – המשבצת הזו משותפת לכל הלוחות (2X2).
- הסכום של שני המספרים במשבצות הקיצוניות בשורה השנייה בלוח שווה ל-5
- הסכום של שני המספרים במשבצות הקיצוניות בעמודה השנייה בלוח שווה ל-5
- הסכום של ארבעת המספרים בפינות הלוח שווה ל-5.

התלמידים יכולים למצוא מידע נוסף – בהתאם לכללים שהם מצאו במשימה הקודמת.

ב. לוח (1) לא יכול להתקבל אחרי 5 שלבים, כי המספר במשבצת האמצעית איננו 5. למעשה הלוח אינו יכול להתקבל כלל, למשל כי בשורה האמצעית המספר האמצעי איננו סכום של המספרים הקיצוניים.
לוח (2) לא יכול להתקבל כלל, כי בשורה העליונה המספר האמצעי איננו סכום שני המספרים הקיצוניים.
לוח (3) יכול להתקבל אם באחד הצעדים נבחר הלוח השמאלי העליון, בשניים מהשלבים הלוח הימני העליון ובעוד שני צעדים הלוח הימני התחתון, והלוח השמאלי התחתון לא נבחר כלל. הסדר שבו בוצעו הצעדים אינו משנה את התוצאה, ולכן יש דרכים רבות (30) להגיע ללוח זה.

ג . בכל סעיף מתוארים הצעדים המובילים לקבלת הלוח - סדר הצעדים אינו חשוב.
המשבצות שבפינות שייכות כל אחת ללוח אחר, לכן המספרים במשבצות אלה מייצגים את מספר הפעמים שנבחר אותו לוח. מכאן קל לקבוע כיצד התקבל כל לוח:

3

4	6	2
5	8	3
1	2	1

שמאלי עליון – 4 צעדים
ימני עליון – 2 צעדים
שמאלי תחתון – צעד אחד
ימני תחתון - צעד אחד.

2

2	5	3
5	9	4
3	4	1

שמאלי עליון – 2 צעדים
ימני עליון – 3 צעדים
שמאלי תחתון – 3 צעדים
ימני תחתון - צעד אחד.

1

1	4	3
3	7	4
2	3	1

שמאלי עליון – צעד אחד
ימני עליון – 3 צעדים
שמאלי תחתון – 2 צעדים
ימני תחתון - צעד אחד.

ד.

שבילים למצוינות

3

0	4	4
2	7	5
2	3	1

יתקבל אחרי 7 שלבים:
ימין עליון - 4 צעדים
שמאל תחתון - 2 צעדים
ימין תחתון - צעד אחד

2

2	7	5
5	6	7
2	2	2

1

1	3	2
3	4	1
2	1	2

הלוחות אינם יכולים להתקבל כלל, למשל כי בשורה התחתונה בכל אחד מהם סכום המספרים בקצוות אינו שווה למספר שבאמצע.

משימה 3 (עמ' 29) - משחק זוגות "להגיע למספרים"

לוח (1): השחקן הראשון יכול לנצח אחרי 7 שלבים. השחקן השני יכול לנצח אם אחרי 7 שלבים במשבצת השמאלית התחתונה לא יופיע המספר 5 . השחקן השני יכול לבצע 3 צעדים בפינה אחרת, והניצחון יהיה שלו.

לוח 2: במשבצת המרכזית צריך להגיע למספר 12 (5+7), לכן יש לבצע 12 שלבים - 6 לכל שחקן, השחקן הראשון ינצח אם 7 מהצעדים יהיו בצד שמאל (לא משנה אם למעלה או למטה) ו- 5 בצד ימין. אסטרטגיה מנצחת לשחקן השני: לבצע את כל 6 הצעדים שלו - בצד ימין.

1

	7	
5		

2

7		5

לשחזר מספרים חסרים בלוח

משימה 4 (עמ' 29)

א. המספר במשבצת המרכזית הוא 4, למשל כי 2+2 =4, וגם כי המשבצת המרכזית שייכת לכל הלוחות הקטנים לכן המספר שבה שווה למספר הצעדים.

1	3	2
2		2
1	1	0

ב.

3	5	2
7	10	3
7-3= 4	10-5= 5	1

משימה 5 (עמ' 29) – משחק זוגות – "לשחזר מספרים בלוח"

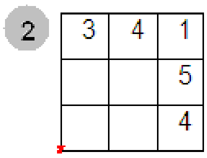
אפשר לשחזר את כל המספרים בלוח על ידי 4 מספרים שבפינות הלוח.

1

3	4	1
		5

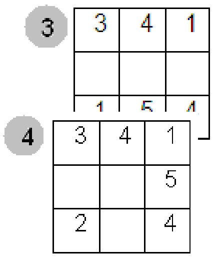
שבילים למצוינות

אם אחד השחקנים בוחר **למחוק 5 מספרים**, השחקן האחר יכול למחוק כפי שמוצג בלוח (1) שלפניכם:
במקרה כזה אפשר לשחזר רק מספר אחד – המספר הימני התחתון (1-5) .



אם אחד השחקנים בוחר **למחוק 4 מספרים**, השחקן האחר יכול למחוק לוח 2X2 שלם, כפי שמוצג בלוח (2): במקרה כזה אין אפשרות לשחזר אף מספר!

אם אחד השחקנים בוחר **למחוק 3 מספרים**, השחקן האחר יכול למחוק מספרים בכמה דרכים:



1. למחוק שורה שלמה (כמו למשל בלוח 3). במקרה כזה אפשר לשחזר את כל שלושת המספרים.
2. למחוק שני מספרים בשורה אחת ושני מספרים בעמודה אחת (כמו למשל בלוח 4). גם במקרה כזה אפשר לשחזר את כל שלושת המספרים.

מסקנה: מומלץ לבחור במחיקה של 3 מספרים – תמיד אפשר לשחזר אותם.

משתמשים במשתנים

משימה 6 (עמ' 30)

א. התשובה בלוח משמאל.

b	a+b	a
b+c	a+b+c+d	a+d
c	c+d	d

ב. לאחר כינוס איברים ימצאו התלמידים שסכום כל המספרים בלוח הוא: 4(a+b+c+d), כלומר הסכום מתחלק ב-4, לכן לא ייתכן שהוא יהיה שווה ל-11 או ל-26. אם הסכום הוא 8, אז הסכום a+b+c+d שבמשבצת המרכזית הוא 2 – כלומר בוצעו 2 שלבים.

משימה 7 (עמ' 30)

א. התשובה בטבלה בלוח משמאל.

b	a	a-b
b+c-a-d	c	d+a-b
c-a-d	c-a	d

ב. לא ייתכן ש- a=7, b=8 , c=0, d=1, כי c מייצג את מספר השלבים.

ג. נציב c=a+b ונתאר אלגברית את שאר התאים:

b	a	a-b
2b-d	a+b	a-b+d
b-d	b	d

כדי שאף מספר בלוח לא יהיה שלילי הכרחי ומספיק לדרוש: $d \le b \le a$

לדוגמה: נבחר a=2, b=1, d=0 ונקבל:

1	2	1
2	3	1
1	1	0

c הוא סכום המספרים בפינות. אם a=b+c אז a שווה לסכום המספרים בשלוש הפינות האחרות: a=d+x+y, אבל בד בבד צריך להתקיים גם a=b+x, ומכאן ש-b=d+y .

b	a	x
	c	
y		d

כלומר, התנאי יתקיים אם הלוח ייראה כך:

d+y	d+x+y	x
	2d+x+2y	
y		d

משימה 8 (עמ' 30)

א. המשתנה c מייצג את המספר הגדול ביותר בלוח כי הוא מייצג את סך כל מספר הצעדים. המשתנים a ו-b מייצגים סכומים שכוללים את b לכן הם בוודאי לא קטנים ממנו, לכן b או k מייצגים את המספרים הקטנים ביותר בלוח.

ב. התשובה בלוח שמשמאל. שימו לב: יש אפשרויות נוספות לכתיבת ביטויים. למשל בפינה הימנית התחתונה להיות אפשר לכתוב (c-d)-(a-b), וגם את הפינה הימנית-העליונה אפשר לבטא בהתאם.

b	d	d-b
a	c	k
a-b	c-d	k-(d-b)

ג. קשרים אפשריים בין המשתנים: $k=c-a$, $c \geq d$. וכן הלאה.