מדריך למורה ליחידה א - שטחים וגפרורים

משך הפעילות: 1- 2 מפגשים

ציוד נדרש: גפרורים (לפחות 16 לכל תלמיד)

פתרונות ודגשים חשובים

בכל אחת מהמשימות נתונות תשובות אפשריות, והתלמידים יכולים למצוא תשובות אחרות.
יש לוודא תחילה שהתלמידים יודעים לחשב שטח של משולש, של ריבוע ושל מלבן, וכדאי לקיים חזרה קצרה בעניין.
התלמידים עדיין לא למדו את החומר התאורטי הנדרש למשימות, ולכן חשוב שיבצעו אותן עם הגפרורים, כאשר את הפתרונות הם מוצאים על-ידי בנייה.

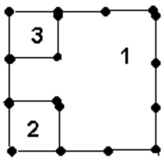
כמה ריבועים אפשר לבנות מ-16 גפרורים?

משימה 1 (עמ' 17)

א. ריבוע אחד מכל הגפרורים: 4×4

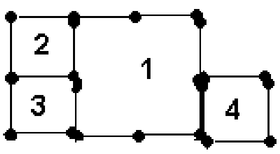
ב. שני ריבועים של 2×2 , דרך אחרת: ריבוע 3×3 וריבוע 1×1.

ג. ריבוע אחד של 2×2 ושני ריבועים 1×1.
דרך אחרת: ריבוע 3×3 כאשר על שתי פינותיו בנויים ריבועים של 1×1 (כלפי פנים), ראו סרטוט 1).



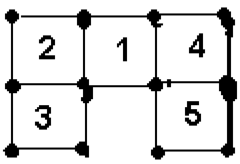
סרטוט 1

ד. 4 ריבועים של 1×1.
דרך אחרת: ריבוע 2X2 שעל צלעותיו בנויים שלושה ריבועים 1X1 (כלפי חוץ), ראו סרטוט 2).

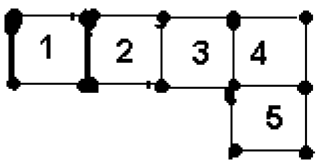


סרטוט 2

ה. 5 ריבועים של 1×1 בשורה (עם צלעות משותפות).
דרכים אחרות: ארבעה ריבועי 1X1 בשורה שעל אחד מהם בנוי ריבוע 1X1 מחוץ לשורה (ראו סרטוט 3), או שלושה ריבועי 1X1 בשורה, שעל צלעותיהם בנויים שני ריבועי 1X1 מחוץ לשורה (ראו סרטוט 4).

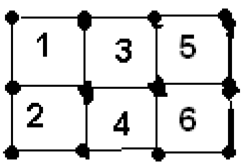


סרטוט 3



סרטוט 4

ו. 6 ריבועים מסודרים במלבן 3X2 (ראו סרטוט 5).



סרטוט 5

מצולעים מ-12 גפרורים

משימה 2 – (עמ' 17)

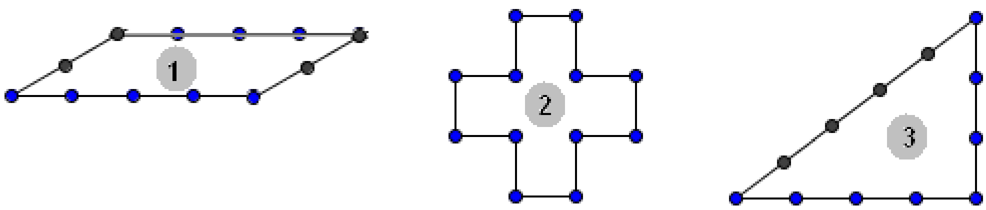
א.+ב. • מלבן 1×5, שטח 5 גפרורים ריבועיים;

- מלבן 2×4, שטח 8 גפרורים ריבועיים;
- ריבוע 3×3, שטח 9 גפרורים רבועיים

ג. צורות שונות מ-12 גפרורים ע"פ השטח הנתון:

1. המקבילית עונה על כל הסעיפים: הגובה שלה יכול לנוע בים 0 ל-2 וכך שטחה נע בין 0 ל-10 יחידות. התלמידים לא יודעים את נוסחת שטח המקבילית, אך מתוך מקרי הקצה, 0 ("מקבילית שטוחה") ו-10 (מלבן), הם יכולים להסיק ששינוי זווית רציף, יגרום לשינוי השטח באופן רציף, וכך נוכל לקבל כל שטח בין 0 ל-10 יחידות.

3. העובדה כי המשולש (3,4,5) הוא ישר זווית אינה ידועה לתלמידים, ואמפירית לא ניתן למדוד את הזווית באופן מדויק. יתכן כי בכיתה יהיו תלמידים שיכירו את משפט פתגורס או את המשולש הזה.



השטח: 6 "גפרורים ריבועיים"

השטח: 5 "גפרורים ריבועיים"

השטח: 4 "גפרורים ריבועיים"

מלבנים מ-36 גפרורים

משימה 3 (עמ' 17)

1. כאשר בונים מלבנים מ-36 גפרורים, אז סכום שתי צלעות סמוכות של המלבן הוא 18 גפרורים ומכפלתן שווה לשטח הנתון.

א. 16×2

ב. אי-אפשר לבנות מלבן ששטחו 64, כי 64=1×64=2×32=4×16=8×8 בשום מקרה לא התקבל הסכום 18.

ג. 13×5

ד. 11×7

ה. 9×9

ו. אי-אפשר לבנות מלבן ששטחו 84, כי 84=1×84=2×42=3×28=4×21=6×14=7×12 בשום מקרה לא התקבל הסכום 18.

משימה 4 (עמ' 17)

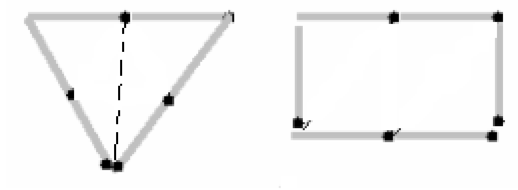
2. כל המלבנים השונים שניתן לבנות מ-36 גפרורים:

מידות	1×17	2×16	3×15	4×14	5×13	6×12	7×11	8×10	9×9

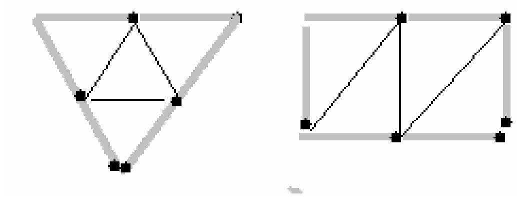
(בגפרורים)									
שטח (ב"גפרורים ריבועיים")	17	32	45	56	65	72	77	80	81 השטח הגדול ביותר

מצולעים משישה גפרורים

משימה 5 (עמ' 18)



סרטוט 1



סרטוט 2

א. שטח המלבן הוא 2X1, בסיס של המשולש הוא 2 וגובהו קטן מ-2 ולכן שטח המשולש קטן מ-2 (ראו סרטוט 1).

הסבר אחר: את המלבן ניתן לחלק ל-4 משולשים ישרי-זווית ושווי-שוקיים חופפים. הניצבים של כל משולש שווים ל-1. את המשולש הנתון אפשר לחלק ל-4 משולשים שווי-צלעות חופפים (ראו סרטוט 2). הבסיס של כל משולש קטן שווה ל-1 וגובהו קטן מ-1, לכן השטח של כל משולש קטן במלבן גדול מהשטח של כל משולש קטן במשולש הנתון. מכאן ששטח המלבן גדול משטח המשולש.

ב. כאשר בונים משולשים שונים מגפרורים אפשר לראות שצלע של משולש תמיד קטנה מהסכום של שתי הצלעות האחרות, כי אחרת שתי הצלעות האחרות לא לשנייה יוכלו להתחבר זו לזו וליצור משולש.

ג. יש רק 3 אפשרויות ליצור משישה גפרורים שלושה קטעים:

2, 2, 2 – זה המשולש הנתון

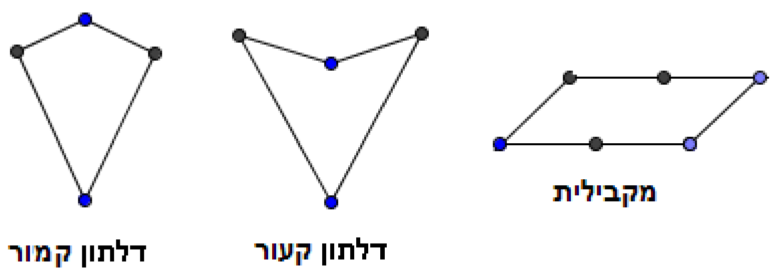
1, 2, 3 - אי אפשר לבנות משולש כזה כי 2+1=3 (סכום שתי צלעות במשולש חייב להיות גדול מהצלע השלישית), לכן משישה גפרורים ניתן לבנות רק את המשולש הנתון.

4, 1, 1 – גם מזה אי-אפשר ליצור משולש.

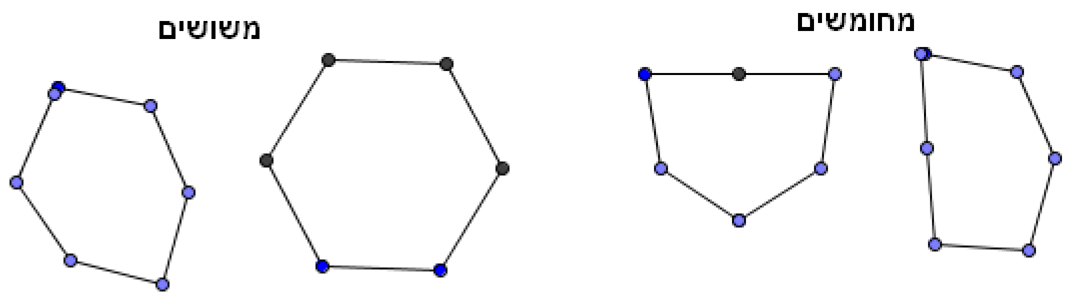
ד. אי-אפשר לבנות משישה גפרורים מלבן שונה מהמלבן הנתון, כי הסכום של שתי צלעות סמוכות במלבן צריך להיות שווה ל-3 גפרורים וזה אפשרי רק בחלוקה 2+1.

ה. יש רק אפשרות אחת לאורכי הצלעות של המרובע: 2, 2, 1, 1. (צלע המרובע לא יכולה להיות 3 או יותר גפרורים כי היא צריכה להיות קטנה מסכום הצלעות האחרות. הם לא למדו משפט זה, אך הם יכולים להיווכח בנכונותו באופן אינטואיטיבי. ניתן לנמק אותו על סמך אי-השוויון הדומה במשולשים)

בסרטוט מוצגים מרובעים שאינם מלבנים הבנויים משישה גפרורים.



ו. ברור שצורות נוספות משישה גפרורים יכולות להיות רק משושה או מחומש. בסרטוט מופיעים סוגים אפשריים של משושה או מחומש משישה גפרורים.



משולשים ומרובעים משמונה גפרורים

משימה 6 (עמ' 18)

א. (1) אי-אפשר לבנות **משולש שווה-צלעות** כי 8 לא מתחלק ב-3.

(2) אפשר לבנות **משולש שווה-שוקיים** שצלעותיו באורכים 3 , 3, 2.

(3) אי-אפשר לבנות משולש שונה-צלעות: הצלע הארוכה במשולש שווה ל-3 גפרורים (2 לא מספיק, 4 אי אפשר כי הצלע תהיה שווה לסכום של שתי הצלעות האחרות) ויש רק אפשרות אחת לחלוקה כזאת: 3, 3, 2.

ב. ב-א(3) מוסבר מדוע המשולש היחיד שניתן לבנות הוא 2,3,3.

משימה 7 (עמ' 18)

א. אורך הצלע הארוכה במרובע הבנוי משמונה גפרורים חייב להיות קטן מ-4 (קטן מסכום הצלעות האחרות) לכן יש שתי אפשרויות:

i. אורך כל צלע 2 גפרורים – זה ריבוע או מעוין.

ii. אורך הצלע הגדולה 3 גפרורים ואורכי הצלעות האחרות: 3, 1, 1 או 2, 2, 1
כלומר אורכי הצלעות של המרובעים 1, 1, 3, 3 (מלבן, מקבילית, דלתון קעור או דלתון קמור)
או 1, 2, 2, 3 (דלתון שווה-שוקיים או מרובע אחר).