

## מדריך למורה ליחידה ד - בונים מלבנים

**משך הפעילות:** כשעתיים.


הפעילות מתבססת על היכרות בסיסית עם התוכנה **גאוגברה**, המהווה סביבה לבניות גאומטריות ולפעילות חקר. (הנחיות להתקנת התוכנה תמצאו בהמשך העמוד) מטרת הפעילות היא ליצור מלבן במסגרת "חוקי המשחק" של התוכנה. בתוכנה זו לא **מציירים** את העצמים הגאומטריים אלא **מגדירים** אותם באמצעות כלי התוכנה, המקבילים להגדרות הפורמליות בגאומטרייה האוקלידית: ישר דרך שתי נקודות, קטע בין שתי נקודות, אנך לישר דרך נקודה נתונה, מצולע שקדקודיו הם נקודות נתונות, וכדומה.

במסגרת העבודה נוצר קשר בין ההגדרות האופרטיביות של העצמים לבין ההגדרות המהותיות שלהם. כאשר התלמידים מתארים את אופן בניית העצם הם רוכשים שפה שתאפשר להם גם לנמק את תכונותיו באופן פורמלי.

העצמים על המסך מוגדרים על ידי הקשר שלהם לעצמים אחרים. כאשר גוררים את הנקודות החופשיות - הסרטוט ישתנה, אך ישמור על אותן תכונות הנובעות מהגדרות הבנייה שלו. דבר זה מאפשר להבחין בין תכונות הנובעות מהגדרות הבנייה לבין תכונות שיכולות להתקיים במקרה פרטי, אך חדלות להתקיים תחת גרירה.

מומלץ שהתלמידים יעבדו על המחשבים **בזוגות**. צורת עבודה זו תעורר בין התלמידים שיח שבו יתארו וינמקו את פעולותיהם, וכך יסגלו לעצמם את השפה הפורמלית הקשורה למבנה התוכנה.

### הנחיות להתקנת התוכנה

לפני הפעילות יש להתקין את התוכנה GeoGebra על המחשבים שעליהם יעבדו התלמידים. לשם כך יש לוודא כי מותקנת עליהם גרסה עדכנית של Java. לאחר שווידאתם זאת, היכנסו לכל אחד מהמחשבים ולחצו על הקישור <http://www.geogebra.org/webstart/geogebra.jnlp>. התוכנה תיפתח, ועל שולחן העבודה תופיע צלמית . ניתן לסגור את התוכנה. מעתה אפשר להפעיל את התוכנה על ידי הקשה על הצלמית.

**חשוב מאוד** שתבצעו את המשימה בעצמכם לפני שתציעו אותה לתלמידים!

אם יש לכם צורך בהדרכה או עזרה כלשהי בהפעלת התוכנה - [פנו אלינו](#).

## **בניית מלבן על פי שני קדקודים סמוכים**

### **משימה 1 (עמ' 26)**

המשימה מיועדת להוביל את התלמידים להבחין שגרירה של נקודה יכולה לגרור את האובייקט תוך שמירת תכונותיו - ובלבד שדרך הבנייה של האובייקט כללה תכונות אלה. לשם כך הם יבנו מלבן לפי שני קדקודים סמוכים, B-I A. הם יבנו את המלבן פעמיים: פעם אחת באופן חופשי, ופעם שנייה לפי הוראות ברורות, כך שזוויות המרובע שיתקבל תהיינה ישרות מעצם הבנייה. בשני המקרים התלמידים יגררו את אחת הנקודות שמהן התחילו את הבנייה. במקרה הראשון יש להניח שהמלבן יתעוות, כיוון שזוויותיו לא הוגדרו מראש כזוויות ישרות; המלבן השני יישאר מלבן, כי זוויותיו הוגדרו מראש כזוויות ישרות. חשוב שהתלמידים יבינו את האבחנה הזו – היא חשובה מאוד להמשך העבודה עם התוכנה.

אם זו הפעם הראשונה שהתלמידים עובדים עם גאוגברה, חלק מזמן העבודה שלהם יוקדש להבנה של התוכנה עצמה, ושל התנהגות בניות שונות. יש לעודד זאת, שכן ההבנה של משמעות הבניה, וה"התנהגות" שלה כרוכים בהקניית עקרונות הגאומטריה הדדוקטיבית – בה עצם מקיים אך ורק מה שנתון בהגדרתו הפורמלית (ולא את כל התכונות הקיימות בציר מסוים שלו).

הנה דרך בנייה אפשרית של מלבן, שתשמר את תכונותיו:

(1) העבירו אנכים c ו-d לקטע הנתון דרך שני קצותיו.

(2) סמנו נקודה C על אחד האנכים (נניח הישר c), ובנו דרכה אנך לישר c עצמו או

לישר d, או מקביל לקטע a.

(3) סמנו ב-D את נקודת החיתוך בין הישר d לישר החדש שבניתם בשלב (2).

זוויות המרובע ABCD ישארו ישרות תחת גרירה של הנקודות B-I A, משום שהישרים עליהם נבנו צלעותיו **מוגדרים** כאנכים.

בקשו מהתלמידים למצוא עוד דרכי בנייה אפשריות המשמרות את תכונות המלבן. אתם יכולים גם להפנות אותן למצוא דרכים כאלו ברשת.

**בניית מלבן על פי שני קדקודים נגדיים  
משימה 2 (עמ' 26)**

המשימה מיועדת להוביל את התלמידים להשערות הקשורות לאלכסוני המלבן:  
בסעיפים א-ב התלמידים יבנו מלבן על פי שני קדקודים נגדיים שלו (כלומר על פי אלכסון של המלבן). אחת הדרכים לצור את הסרטוט הדרש בסעיף ב:

- לסרטט אנך לישר a דרך נקודה B.
  - לסרטט מקביל לישר a דרך B.
  - לסרטט אנך לישר a דרך A.
  - לסרטט נקודות C, D בחיתוכי הישרים.
- המצולע ACBD הוא מלבן.

בסעיף ג הם יגררו את הנקודה C ויבדקו אם אכן הבנייה שלהם מגדירה מלבן. אם הבנייה נכונה - המרובע ישתנה, אך ישמור על תכונות המלבן. אם לא – כדאי לבדוק עם התלמידים את בנייתם.

בסעיף ד התלמידים יגלו מהם כל המקומות שבהם יכולים להיות שני הקדקודים האחרים (תשובה: על מעגל ש-AB מהוו קוטר שלו) וינסו להסיק מסקנות. המסקנה המתבקשת היא שהאלכסון השני צריך בכל מקרה להיות שווה לאלכסון הנתון AB, וכן שהם חוצים זה את זה. כאן יש מקום להתערבות והכוונה בהתאם לצורך.

הצעה לפעילות נוספת:

משימה: השאירו את נקודות A ו-B במקומן, וגררו את C. שימו לב כיצד משתנה שטח המלבן (לשם מעקב אחר שטח המלבן, הגדירו אותו כפוליגון בעזרת הכלי המתאים. השטח יוצג כערך הפוליגון בתצוגה האלגברית).

- מהו השטח המינימלי? באיזה מלבן הוא מתקבל?
- מהו השטח המקסימלי? באיזה מלבן הוא מתקבל?

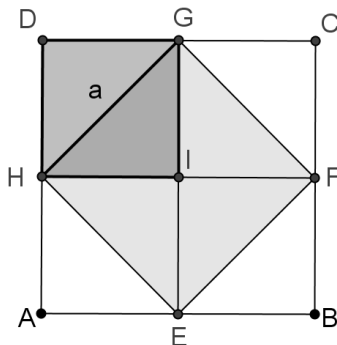
נסו להסביר את אבחנותיכם.

הדרכה למורה:

המשימה עוסקת עוסק בשינוי בשטח המלבן כשהאלכסון נתון. המסקנה צריכה להיות שהשטח המקסימלי מתקבל כשהמלבן הוא ריבוע (אין לתלמידים כלים פורמליים לנמק זאת – אבל אפשר לבקש מהם להעלות השערות לסיבה), ואז השטח הוא מחצית הריבוע של האלכסון. על מנת לעזור לתלמידים לגלות את כלל ההתאמה אפשר לנסות להציע להם לבדוק מקרים שבהם אורך האלכסון הוא מספר שלם.

ניתן לדרוש מהתלמידים לנמק את כלל ההתאמה בין אורך האלכסון לשטח הריבוע, ולכוון אותם לחפש הסברים גאומטריים (הם עדיין לא אמורים לדעת את משפט פיתגורס). נימוק גאומטרי ידוע (בין השאר מהדיאלוג בין סוקרטס ומנון) מודגם בסרטוט:

a הוא אורך אלכסון הריבוע DGIH. הריבוע ABCD גדול פי 4 מריבוע DGIH וגדול פי 2 מריבוע EFGH.

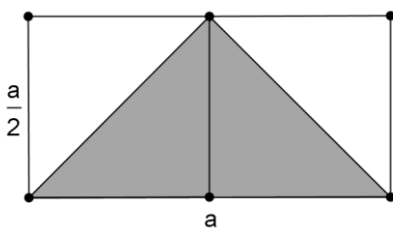


$$S_{EFGH} = a^2,$$

$$S_{ABCD} = 2S_{EFGH} = 2a^2$$

$$S_{DGIH} = S_{ABCD} / 4 = a^2 / 2$$

ניתן להציע לתלמידים את הסרטוט הנ"ל, ולבקש מהם להסביר באמצעותו את החוק שמצאו, אך עדיף לתת להם קודם זמן לנסח הסברים בעצמם. דרך אחרת להסביר זאת מודגמת בסרטוט המלבן:



כאן המשולש הכהה מהווה חצי מריבוע שאלכסונו הוא a. שטח המשולש הכהה הוא חצי משטח המלבן בסרטוט.

**מציאת אמצע קטע על ידי בניית אנכים**

**משימה 3 (עמ' 26)**

ההגבלה על הכלים שעומדים לרשות התלמידים במשימה זו מיועדת לאלץ אותם להשתמש גם בידע קודם שיש להם – כולל ידע שרכשו במהלך המשימה הקודמת. הם יכולים לבנות מלבן שהקטע הנתון הוא אלכסון שלו, ואז נקודת החיתוך של האלכסונים היא אמצע הקטע. חשוב כמובן לתת להם לחפש בעצמם את הדרך, ולעודד אותם להשתמש בכל הידוע להם. בסעיפים ג-ד הם יצטרכו למעשה לחזור ולהצדיק את הנכונות והכלליות של התהליך שביצעו.