מדריך למורה ליחידה ג - הכול על הקובייה

משך הפעילות: 2 מפגשים

ציוד נדרש: מספרים, דבק ונייר קשיח

פתרונות ודגשים חשובים

פעילות זו מאפשרת לתלמידים לחקור את הצורה קובייה. המושגים הגאומטריים הנדרשים בפעילות זו נלמדו בכיתה ה'. ודאו שהתלמידים מכירים אותם ואת משמעותם.

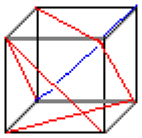
דגשים נוספים תמצאו בסמוך לפתרונות, כדאי לקרוא...

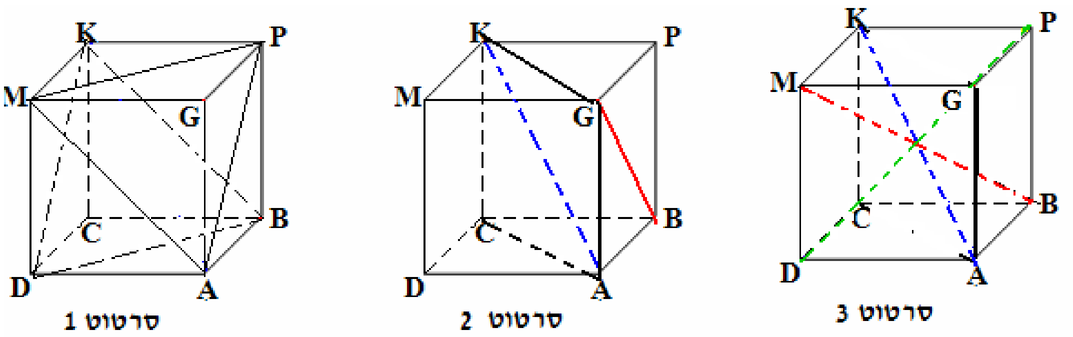
אלכסונים של קובייה

משימה 1 (עמ' 21)

א. לקובייה יש 6 פאות. אם נבחר את האלכסונים למשל כמו בדוגמה **סרטוט 1** - אלכסון אחד לכל פאה יוצר 2 משולשים שווי-צלעות BDK ו-AMP החופפים זה לזה, כי כל צלעות המשולשים הן אלכסוני ריבועים חופפים.

מאידך, בבחירה אחרת של אלכסונים לא בהכרח מתקבלים מצולעים. אם התלמידים מראים דוגמא שכזו (ראו משמאל), בקשו שינמקו מדוע הקווים לא יוצרים מצולע, ובקשו מהם לבחור אלכסונים אחרים, שיצרו מצולעים.





ב. הקטע AK (בסרטוט 2) הוא אלכסון של הקובייה ו-PG אלכסון של הפאה ABGP.

ג. כפי שצוין בסעיף א, הפאות הן ריבועים חופפים לכן האלכסונים שלהן שווים. זהו נימוק מספיק, למרות שניתן להוכיח זאת באופן יותר מסודר על-ידי חפיפת משולשים.

ד. הקטע KA הוא אלכסון של המרובע ACKG (ראו בסרטוט 2 למעלה) וכך גם של KPAD ו-MKBA. כל המרובעים האלה אינם ריבועים, כי בכל אחד מהם זוג אחד של צלעות נגדיות הן צלעות של פאות הקובייה וזוג אחר הן אלכסוני פאות. מצד שני המרובעים הם מקביליות, כי יש להם שני זוגות של צלעות נגדיות שוות באורכן.

התלמידים יכולים לשים לב כי כל הזוויות במרובעים אלו הן ישרות. הסיבה הפורמלית היא ששתי צלעות שלהן הן צלעות של הקוביה, ושתי האחרות נמצאות על מישור הניצב לצלעות אלו. התלמידים לא מכירים את המונחים האלו, ולכן כל הסבר שלהם המראה הבנה של המבנה המרחבי יכול להתקבל כאן.

ה. קודם יש לדון הגדרה של אלכסון בקוביה: כמו במצולע, אלכסון הוא קטע בין שני קודקודים שאינם שכנים. עדיף לתת לתלמידים לעשות את האנלוגיה למצולע ולהגיע להגדרה זו.

לקובייה יש 4 אלכסונים: AK, BM, CG, DP (ראו בסרטוט 3 למעלה).

ו. כל האלכסונים שווים. ניתן לנמק זאת על-ידי חפיפת המרובעים מסעיף ד: כל אחד מאלכסוני הקוביה הוא אלכסון במרובע כזה, וכל המרובעים האלו חופפים זה לזה. ניתן לנמק את שוויון האלכסנים גם על-די חפיפת

ז. אלכסוני הקוביה אכן נחתכים כולם בנקודה אחת - בנקודת האמצע שלהם.

החקירה יכולה להתבצע כאן בכמה שלבים: בשלב הראשון לבחון זוג אלכסונים, ולמצוא מרובע שהם אלכסונים שלו (אחד המרובעים מסעיף ד). משוויון הצלעות הנגדיות של המרובע, ניתן להסביר (וגם להוכיח, על-ידי חפיפת משולשים) כי האלכסונים חוצים אחד את השני.

לאחר מכן ניתן להכליל, ולהסיק כי אם נבחר את נקודת האמצע של אחד האלכסונים – שאר האלכסונים יעברו דרכה. זהו מהלך מורכב מבחינה לוגית, ויתכן והתלמידים יצטרכו סיוע בדרך להכללה זו. בכל זאת, עדיף לנסות להם להגיע אליה בעצמם, תוך כדי דיון במליאה או בקבוצות.

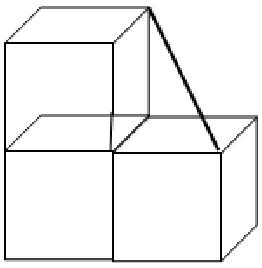
משימה 2 (עמ' 21)

מומלץ כדאי להקפיד שהתלמידים אכן יבנו קובייה כפי שהם מתבקשים במשימה כיוון שתהליך הבנייה מעמיק את היכרות עם הקובייה.

לצורך הבנייה כדאי להדביק את הדף הפריסה שבסוף הספר על נייר קשיח ואז לגזור ולבנות את הקובייה.

א. אפשר למדוד את כל הקטעים שנמצאים על פאות הקובייה, כלומר את הצלעות ואת אלכסוני הפאות מובן שהצלעות שוות זו לזו; אלכסוני הפאות כולם שווים זה לזה כי הם אלכסוני ריבועים חופפים (כפי שהוזכר במשימה 1).

ב. אורך אלכסון הקובייה הוא המרחק בין הקדקודים הנגדיים של הקובייה. בסרטוט משמאל הצעה למדידת האלכסון על-ידי 3 קוביות.

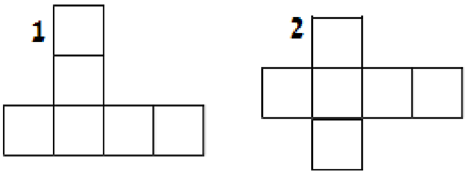


פריסות של קובייה

משימה 3

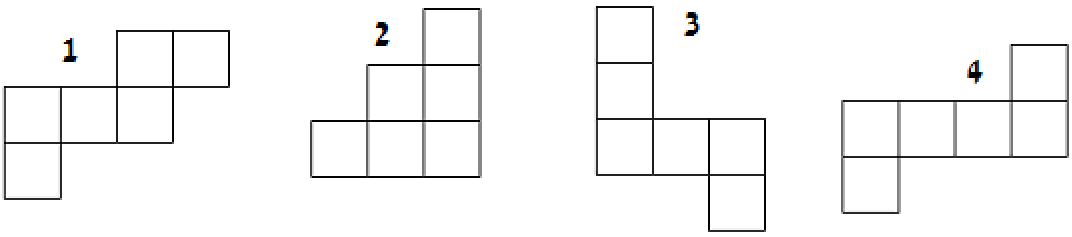
א. כל פריסה של קובייה מורכבת מ-6 ריבועים זהים, אך לא כל צורה המורכבת מ-6 ריבועים זהים היא פריסה של קובייה. ההסבר הפשוט הוא דוגמה נגדית - כמו בסעיף ב (סרטוט 1)

ב. סרטוט 1 אינו מהווה פריסה של קובייה. אם נקפל את ה"פאות" סביב הריבוע ב"צומת", נקבל 2 "פאות" שחייבות להתקפל אחת על השנייה. יתכן שהתלמידים יגיעו למסקנה זו רק מתוך ניסיון, אך בכל זאת חשוב שיביעו אותה מילולית.



סרטוט 2 הוא כן פריסה של קובייה. הנימוק הפשוט והמתבקש הוא על-ידי הדגמה של קיפול הפריסה לקוביה.

ג. סרטוטים 1 ו-4 הם פריסות של קובייה, וסרטוטים 2 ו-3 אינם פריסות של קובייה.
גם בהנחה כי נגזור את אחד הקווים בסרוט 2 – כדי לאפשר לו להתקפל, נקבל במהלך הקיפול "פאה" המתקפלת על "פאה" אחרת.



ד. על דף 1 ניתן לסרטט פריסות. לדוגמה: פריסות הקוביה בסעיפים **ב** ו**ג**. דוגמה לפריסה המתאימה לדף 2 נמצאת בשאלה 4 סעיף **ב**.
סרטוט 4 אינו פרישה של קוביה. ניתן לגלות זאת על-ידי נסיונות שיטתיים להתחיל לקפל קוביה מכל אחת המשבצות (מספיק את המשבצת המרכזית, המשבצת מימין לה, והמשבצת מתחת לזו, ולהסיק לגבי שאר המשבצות משיקולי סימטריה), ולהיווכח שמגיעים למבוי סתום.

משימה 4 (עמ' 23)

מכל פריסה אפשר להרכיב קוביה אחת. על מנת לענות על השאלה יש לתאר קודם את הקוביה הנבנית מהפריסה: אילו פאות צבועות הן שכנות, ואילו הן נגדיות. לאחר מכן לבדוק אילו מבין הקוביות המצוירות מקיימת את התנאים הללו. עדיף לבצע את המשימה כאן ללא בניה של הקוביה. יש להקפיד על הנמקה בהירה בכל סעיף.

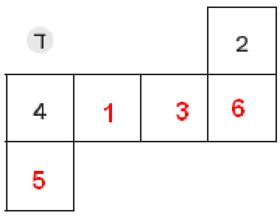
התשובות:

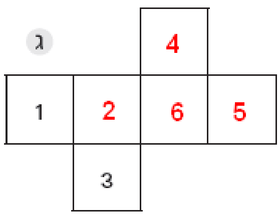
א.	6 כן	5 לא	4 לא	3 כן	2 לא	1 כן
ב.	6 כן	5 כן	4 כן	3 כן	2 כן	1 לא
ג.	6 לא	5 כן	4 כן	3 כן	2 לא	1 כן

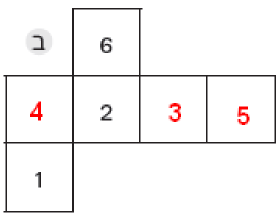
משימה 5 (עמ' 24)

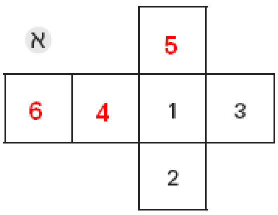
משימה זו מחזקת את הקשר בין פריסת הקוביה למבנה המרחבי שלה.

הנה התשובות:



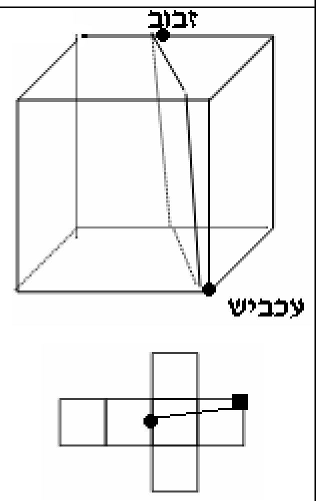
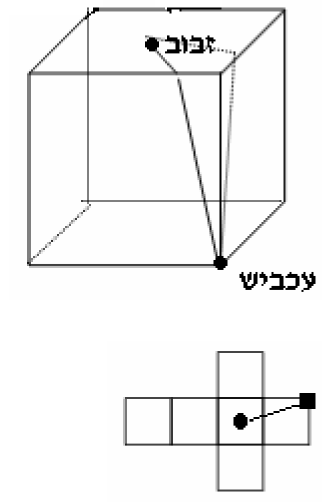
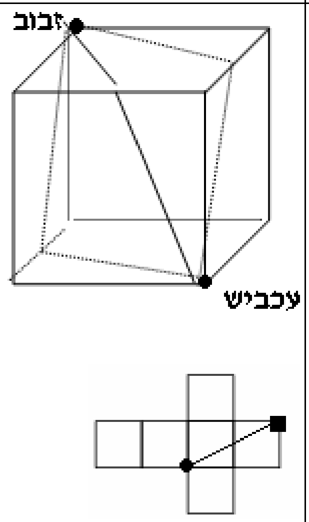






מרחקים על פני הקובייה

משימה 6 (עמ' 24)

א. קיימות 2 דרכים כאלו- בכל פעם דרך פאה אחרת	**ב.** קיימות 2 דרכים כאלו – בכל פעם דרך צלע אחרת	**ג.** קיימות 6 דרכים כאלו – בכל פעם דרך אמצע של צלע אחרת (בסרטוט מופיעות 3 מהן)
 ■ מסמן עכביש ● מסמן זבוב		

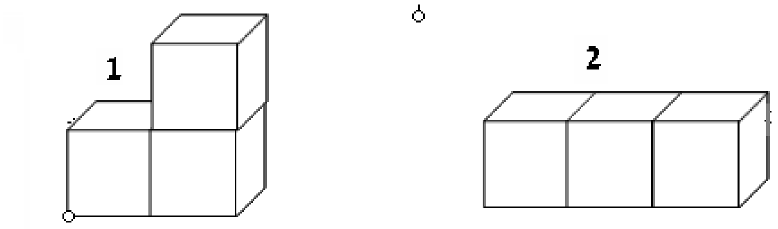
מספר הדרכים השונות נקבע על-ידי הפריסות השונות עליהן הזבוב והעכביש יהיו באותו מרחק (במישור) מינימלי.

בקשו מהתלמידים לשים לב כיצד בחירת המסלול קובעת את הפריסה המתאימה

רב-קוביות

משימה 7 (עמ' 25)

א. הגופים השונים שאפשר לבנות משלוש קוביות זהות.

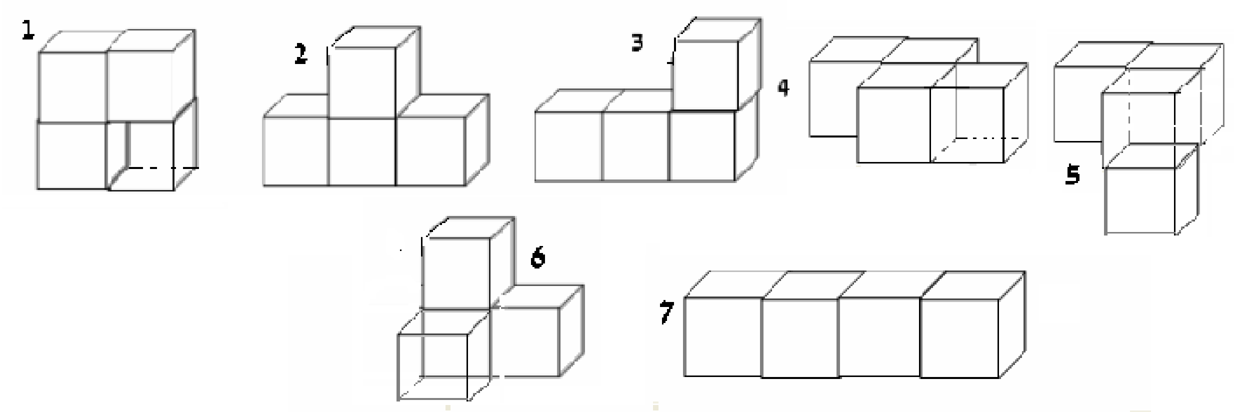


כדי לענות על השאלה יש קודם לקבוע אילו גופים נחשבים זהים , ואילו שונים. יתכן שהדבר יהיה ברור לתלמידים, אך יתכן שיתעורר דיון בנושא. מבחינתנו, גופים שנבדלים בהזזה, סיבוב, שיקוף, או שילוב של שלושתם, הם חופפים, ויחשבו לזהים זהים.

התלמידים יכולים אולי להגיע למסקנות אחרות. למשל, שיקוף הוא לא פעולה שניתן לבצע בפועל על גוף תלת-מימדי, ולכן גופים שמעבר ביניהם מחייב שיקוף יכולים להחשב לשונים. קביעה זו משמעותית לגבי התשובה לסעיף הבא, שם לגופים 5 ו-6 יש "תאום שיקוף" שלא ניתן לקבל על-ידי סיבוב והזזה שלהם. (אם תרצו להרחיב על המשמעות המדעית של נושא זה, קראו על כיראליות).

ניתן להרחיב את הדיון כאן גם לנושא של חפיפת גופים תלת-מימדיים.

ב. הגופים השונים שאפשר לבנות מארבע קוביות זהות.

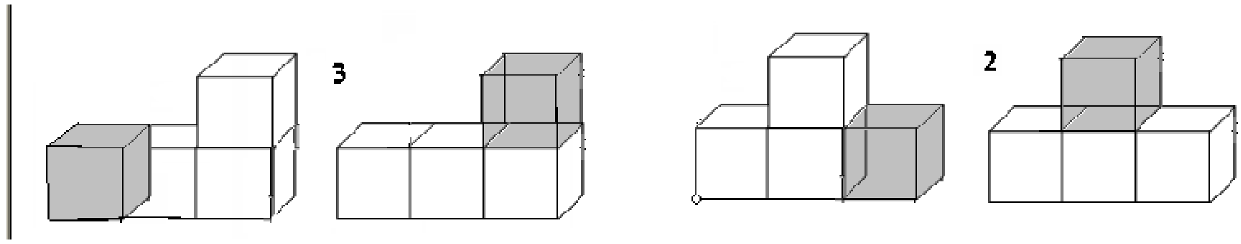


את המבנים אפשר ליצור על סמך המבנים מ-3 קוביות, על-ידי הוספת קוביה אחת בכל פעם במקום אחר. יש לשים לב שלפעמים מתקבלים מבנים זהים בדרכים שונות. לדוגמה:

את הגופים 1-6 אפשר לקבל מסרטוט 1 של השלוש קוביות.

את הגופים 2, 3, 7 אפשר לקבל מסרטוט 2 של השלוש קוביות.

כלומר, גופים 2 ו-3 מתקבלים מסרטוט 1 וגם 2 במצבים שונים. המצבים השונים מודגמים בסרטוט הבא:



ג. הנה המבנים השונים של חמש-קוביות שאפשר לקבל מהארבע-קוביות הנתון.

את מבנה (1) אפשר לקבל ב-6 דרכים שונות ואת המבנים (2)-(4) ב-3 דרכים שונות כל אחד.