

14 ספטמבר 2009

## **"שבילים למצוינות"**

### **תכנית המצוינות של מטח לכיתה ז'**

התכנית "שבילים למצוינות" מיועדת לתלמידים מצטיינים בחטיבת הביניים. היא כוללת פעילויות של העשרה, העמקה והרחבה המותאמות לשלושת התחומים בתכנית הלימודים החדשה לכיתה ז': התחום האלגברי, התחום המספרי והתחום הגאומטרי.

בשנת הלימודים תש"ע תופעל התכנית בכיתות ז' שבהן מלמדים לפי התכנית "שבילים" של מטח. כל הפעילויות של תכנית זו יופיעו באתר מיוחד הנקרא "שבילים למצוינות". בשנת הלימודים תש"ע תהיה הכניסה לאתר ללא תשלום.

רוב המשימות בתכנית נתמכות על ידי מחשב ומלוות בתוכנות דינמיות ייעודיות המאפשרות חקר. למרות זאת אפשר לבצע אותן גם ללא עזרת מחשבים.

את התכנית "שבילים למצוינות" פיתח צוות המתמטיקה של המרכז לטכנולוגיה חינוכית (מטח), העוסק כ-35 שנים בפיתוח ובעיצוב של סביבות למידה לחינוך היסודי והעל-יסודי. סביבות למידה אלה מביאות בחשבון את המחקר הקיים בחינוך המתמטי ואת השינויים החלים בחינוך המתמטי בעידן הטכנולוגיה. הפיתוח מלווה בניסוי, במחקר ובהערכה. בצוות המתמטיקה במטח הצטבר ניסיון עשיר בפיתוח חומרי למידה לתלמידים מצטיינים (שפרויקטים שונים למצוינות, כמו "טל"ם" ו"חינוך לפסגות", עושים בהם שימוש) ובפיתוח חומרי למידה לקידום תלמידים למצוינות (פרויקט "נחשון").

את פיתוח חומרי הלימוד במתמטיקה במטח ליוו במשך השנים אנשי אקדמיה ממוסדות שונים להשכלה גבוהה בישראל ובעולם: פרופ' פרלה נשר, פרופ' מיכל ירושלמי, פרופ' אנה ספרד, ד"ר אירית פלד (אוניברסיטת חיפה), פרופ' אבי ברמן (הטכניון), פרופ' רון ליבנה (האוניברסיטה העברית), פרופ' יהודה שוורץ (MIT) ופרופ' דן חזן (University of Maryland).

ייעוץ אקדמי לפרויקט "שבילים למצוינות": ד"ר רוזה לייקין - ראש מרכז חמ"ה (חינוך, מחוננות והצטיינות) - אוניברסיטת חיפה (<http://range.edu.haifa.ac.il>).

### **מטרות התכנית "שבילים למצוינות"**

התכנית "שבילים למצוינות" נועדה:

- להרחיב ולהעמיק נושאים הנלמדים בכיתה
- לחזק את המודעות של התלמידים לתפקידים של נימוק והוכחה; לפתח אצל התלמידים דרכים למתן הנמקות והסברים בכתב ובעל-פה
- לפתח יכולת הכללה תוך שימוש בנימוקים לא-פורמליים
- לפתח תרבות חקר מתמטי, הכולל איסוף דוגמאות רלוונטיות, העלאת השערות ובדיקתן; להפגיש את התלמידים עם כלים מתמטיים דינמיים ממוחשבים המאפשרים את התהליכים האלה
- לפתח חשיבה יצירתית בתחום המתמטיקה
- לפתח יכולת לשאול שאלות (problem posing) ולחפש תשובות עליהן (problem solving)
- לפתח יכולת של עיסוק מתמטי בצוות
- להגביר את ההנאה של התלמידים מלימוד המתמטיקה

"שבילים למצוינות" לכיתה ז', מטח, תש"ע

להלן ארבע פעילויות לדוגמה המייצגות את הפעילויות בתכנית "שבילים למצוינות".

התחום	הנושא בתכנית הלימודים	הפעילות
אלגברי	אוריינות מתמטית בתחום המדעים; תיאור תופעות על-ידי ייצוגים שונים	1. שריפת קלוריות (הפעילות בקישור: <a href="#">שריפת קלוריות</a> )
גיאומטרי	הכללה של תיכונים במשולש; שטחים	2. שלישיונים במשולש (נספח 1)
אלגברי	הכרת פונקציות המוגדרות בתחום מפוצל	3. פונקציה בתחומים (נספח 2)
מספרי	חשבון מודולרי	4. שעון או לוח-שנה (נספח 3)

בנוסף על פעילויות העמקה והרחבה לנושאים שבתכנית הלימודים יעסקו התלמידים גם בפתרון חידות מתמטיות (דוגמאות בנספח 4).

### דרכי ההפעלה בכיתות

מסגרת העבודה היא גמישה. התלמידים יעבדו בקבוצות קטנות, ביחידים או במליאה. חלק ניכר מהעבודה, יעשה בפעילות עצמית של התלמידים וילווה בדיון במליאה בהנחיית המורה.

כאמור, חלק גדול מהפעילויות בתכנית המוצעת מלוות בתוכנות דינמיות הנמצאות באתר, כדאי ורצוי להשתמש בהן במהלך העבודה במשימה. לכן מומלץ שכיתות "שבילים למצוינות" ילמדו בכיתת מחשבים בבית הספר או יבצעו את הפעילויות במחשב בבית. בכיתה שבה יתקיימו הדיונים רצוי שיהיה מכשור מתאים (מחשב ומקרן).

### הערכה

משרד החינוך יבחר את התלמידים שישתתפו ב"שבילים למצוינות", על-פי הקריטריונים שקבע המשרד. במהלך השנה יתבקשו התלמידים לנהל תיק עבודות שבו יתעדו את חקירותיהם ומסקנותיהם. הערכת התלמידים תיעשה על פי תיק העבודות ועל פי פרויקטים אישיים שיתבקשו לבצע.

לתלמידים שילמדו ב"שבילים למצוינות" בכתות ז' נציע להוסיף שאלה מתאימה לרוח התכנית במבחן המפמ"ר.

### הדרכת המורים

הטמעת התכנית "שבילים למצוינות" תהיה מלווה בהשתלמות מורים בהיקף של 30 שעות. ההשתלמות תכלול 5 פגישות פנים מול פנים ו-5 פגישות וירטואליות. כמו כן יתקיים באתר "שבילים למצוינות" פורום למורים המפעילים את הפרויקט.

במהלך ההשתלמות נדון בפעילויות הכלולות בתכנית "שבילים למצוינות" וכן במספר היבטים כלליים:

1. מיומנויות מתמטיות כלליות:

- פיתוח מיומנויות חקר ("מה אם לא?")
- פיתוח כלים להנמקות בשפה מילולית ובשפה מתמטית
- פיתוח היכולת לחשיבה רב-כיוונית וליצירתיות מתמטית
- פיתוח היכולת לקרוא טקסט מתמטי
- פיתוח היכולת לארגן נתונים ולנסח ממצאים
- הכרת עם ההסטוריה של המתמטיקה ונושאים העומדים בחזית המחקר המתמטי היום

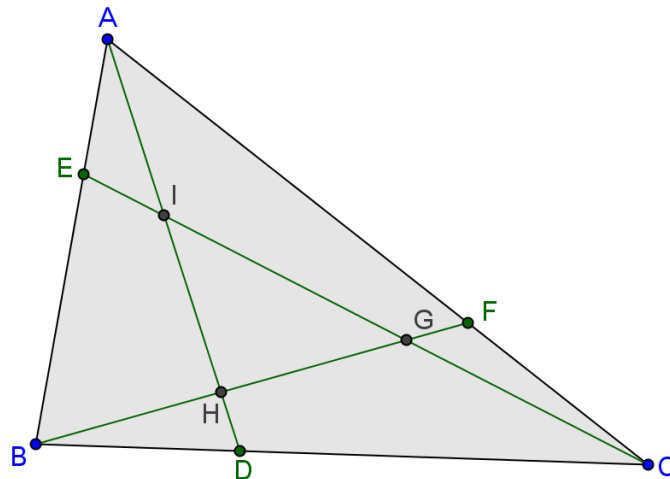
2. אופן ההפעלה של התכנית בכיתות

3. הערכת הביצוע של התלמידים

"שבילים למצוינות" לכיתה ז', מטח, תש"ע

**שלישונים במשולש**

במשולש ABC חולקה כל צלע ביחס של 1:2, ונמתחו ישרים מנקודות החלוקה אל קדקודי המשולש:



בידקו את השערותיכם  
ביישומן.

הגרירה ביישומן מאפשרת לבדוק מקרים רבים בזמן קצר. לאחר שהעליתם השערות על יחסים בין הצורות השונות, שנו את המשולש על-ידי גרירת הקדקודים, ובדקו אם היחסים משתמרים. אם כן, הסבירו מדוע הם משתמרים או מדוע הם מתקיימים תמיד. בהסבירכם השתדלו להשתמש במונחים מתמטיים.

1. א. העלו השערות רבות ככל האפשר על היחסים בין הצורות הגיאומטריות (קטעים, היקפים, שטחים) שהתקבלו.  
ב. בחרו שלושה יחסים שמצאתם והסבירו מדוע הם מתקיימים.
2. הרחיבו את החקירה למקרה שצלעות המשולש חולקו ביחס אחר, ולא ביחס של 1:2 דווקא.
3. האם תכונות התיכונים הידועות לכם מתקשרות לתכונות הקטעים שנוצרו על-ידי חלוקת המשולש ביחסים שונים?
4. אם נחלק כל צלע במשולש ביחס של ח:1, אילו יחסים יתקיימו עתה בין הצורות השונות? נסחו את התכונות שגיליתם, כך שתכונות התיכונים ייכללו בניסוח שלכם.

## פונקציות בתחומים

### היכרות עם פונקציות המוגדרות בתחום מפוצל

1. כמות החומר בחיסון מסוים תלויה בגיל המתחסן. נסמן ב- $x$  את הגיל וב- $f(x)$  את כמות החומר. המינון נתון על-ידי:

1 עד 3 שנים - 3 מ"ג, כלומר:  $f(x) = 3$   
 3 עד 10 שנים - כמות החומר במ"ג שווה לגיל כלומר:  $f(x) = x$   
 יותר מ- 10 שנים - 12 מ"ג כלומר:  $f(x) = 12$

נאחד את המידע:

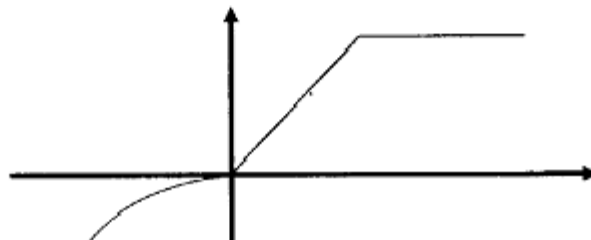
$$f(x) = \begin{cases} 3 & 0 < x < 3 \\ x & 3 \leq x \leq 10 \\ 12 & 10 < x \end{cases}$$

בנו טבלת ערכים וגרף המתאימים לתיאור.

2. בנו טבלת ערכים וגרף לפונקציה הנתונה:

$$g(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ 0 & x \geq 0 \end{cases}$$

3. התאימו טבלת ערכים, ביטוי ותיאור מילולי לפונקציה הזאת:



4. התאימו ייצוגים שונים לתיאור שלהלן:

בזמן חופשתם בחו"ל בעיר אנדונג, החליטו זוג תיירים אמריקנים לשלוח הביתה ספרים שקנו עבור הספרייה הביתית שלהם. עם הגיעם לדואר, ראו את הטבלה הבאה של תעריפי משלוח:

המשקל (תאלות)	המחיר (אורדים)
פחות מ-5	1
מ-5 עד 10	4
מ-10 עד 15	9
מ-15 עד 20	16
מ-20 עד 25	
מ-25 עד 30	36
מ-30 עד 35	49

- א. בנו גרף מתאים לטבלה.
  - ב. אחד המספרים בטבלה חסר. כיצד תשלימו אותו?
  - ג. אם תרצו להרחיב את הטבלה עבור משקלים גדולים יותר, כיצד ייראו שתי השורות הבאות?
  - ד. מהו לדעתכם המחיר של משלוח שמשקלו 62 תאלות?
  - ה. הסבירו את החוקיות שהסתמכתם עליה בתשובותיכם לשאלות א-ד, ותארו את השיטה לחישוב המחיר כך שניתן יהיה להבין אותה גם ללא התבוננות בטבלה.
  - ו. לזוג יש 11 ספרים. 5 ספרים שכל אחד מהם משקלו 12 תאלות, 3 ספרים שכל אחד מהם משקלו 2.5 תאלות, 2 ספרים שכל אחד מהם משקלו 6 תאלות, וספר אחד שמשקלו 3.5 תאלות.
- הציעו לזוג שיטה חסכונית למשלוח.

\* לקוח מתוך:

BALANCED ASSESSMENT FOR THE MATHEMATICS CURRICULUM, SENIOR TASKS,  
HARVARD GROUP, SUMMER 1994

## שעון או לוח שנה?

משימה 1- איזה יום בשבוע?

לפניכם שעון מיוחד...

**לוח שנה 2008**

המספרים מ-1 עד 12 מייצגים את מספרי החודשים: המספר 1 מייצג את חודש ינואר, 2 את פברואר וכן הלאה... ליד כל מספר המייצג את החודש מופיע מספר נוסף בתוך עיגול. שעון זה מאפשר לדעת באיזה יום חל תאריך מסוים בשנת 2008. כדי לדעת באיזה יום בשבוע חל תאריך כלשהו, למשל: התאריך 3 בנובמבר 2008 נפעל כך:

- נוסף ליום התאריך את המספר הכתוב בעיגול ליד המספר המייצג את החודש, כלומר: נובמבר הוא החודש ה-11, לידו בעיגול כתוב המספר 6, ולכן יתקבל הסכום  $3+6=9$ .
- אם המספר שהתקבל קטן מ-7 הוא מייצג את היום בשבוע (1 = ראשון, 2 = שני וכו...).
- אם המספר גדול מ-7 יש לחלקו ב-7, השארית שתתקבל מייצגת את היום. במקרה הנתון  $9:7 = 1 (2)$ , כלומר התאריך 3 בנובמבר 2008 היה ביום שני (שארית 0 – מייצגת את יום השבת).

א. מצאו באיזה יום בשבוע בשנת 2008 חל:

- יום הולדתך
  - יום ההולדת של אדם שקרוב אליך
  - היום הראשון לתחילת שנת הלימודים - 1 בספטמבר 2008
  - היום האחרון של שנת הלימודים - 20 ביוני 2008
  - היום הראשון של השנה – 1 בינואר 2008
  - היום האחרון של השנה – 31 בדצמבר 2008
- ב. מדוע לדעתכם יש למצוא את שארית חילוק הסכום ב-7?
- ג. אילו תאריכים בחודש מרץ 2008 חלו בימי שבת?
- ד. כמה ימי שבת היו בשנת 2008? (בשנת 2008 היו בסך הכול 366 ימים).

**משימה 2 – בשנה הבאה**

בשעון השנה של שנת 2009 מופיעים רק חלק מהמספרים שבעיגולים.



- א. מהו היום בשבוע שבו התחילה שנת 2009? בדקו האם תשובתכם מתאימה ליום האחרון של 2008.
  - ב. באיזה יום בשבוע חל התאריך 28 בפברואר 2009 (היום האחרון של חודש פברואר)?
  - ג. באיזה יום התחיל חודש מרץ בשנת 2009? איזה מספר יש לכתוב בעיגול ליד חודש מרץ (ליד 3)?
  - ד. השלימו את המספרים החסרים בעיגולים של שעון שנת 2009.
  - ה. מצאו באיזה יום בשבוע בשנת 2009 חל:
    - יום הולדתך
    - יום ההולדת של אדם שקרוב אליך
    - היום הראשון לתחילת שנת הלימודים - 1 בספטמבר 2009
    - היום האחרון של שנת הלימודים - 20 ביוני 2009
    - היום האחרון של השנה - 31 בדצמבר 2009
  - ו. כמה ימי שבת יש בשנת 2009? (ב-2009 סה"כ 365 ימים).
- איזה מספר יכול להיות בעיגול המתאים לחודש ינואר בשנה שיש בה 53 ימי שבת?

**משימה 3 – בונים לוחות שנה**

1. במשימה זו אתם נדרשים למצוא דרך לבנות "שעון שנה".
    - א. השלימו את שעון שנת 2010 (ב-2010 סה"כ 365 ימים). הסבירו ונמקו את שלבי הבנייה. מצאו דרך לבדיקת התוצאה.
    - ב. השוו בין השעון של שנת 2010 שבניתם ובין השעון של שנת 2009 שבניתם במשימה הקודמת. הסבירו את התוצאה.
- האם ההשוואה בין השעונים של שנת 2009 ו-2008 מובילה לאותה התוצאה? הסבירו ונמקו.



2. בשעון של שנת 2013, המספר המתאים לעיגול הסמוך לחודש ינואר הוא 2, כמו בשעון שנת 2008.



- א. האם לכל החודשים בשעון שנת 2013 מתאימים אותם המספרים שבשעון של 2008? נמקו!  
 ב. השלימו את שעון שנת 2013.

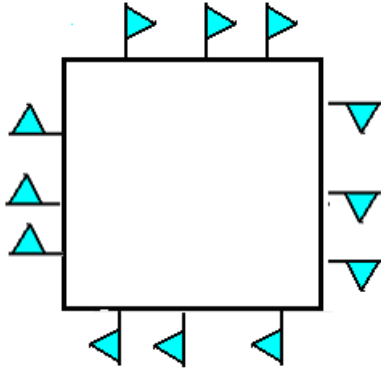
#### משימה 4 – המאה ה-21

- בטבלה שבהמשך ניתן לראות את היום בשבוע שבו מתחילה כל אחת מהשנים במאה ה-21. למשל היום הראשון בשבוע של שנת 2073 הוא יום א, של שנת 2008 הוא יום ג.
- א. כתבו את רשימת השנים במאה ה-21 המתחילות בשבת. הסבירו.  
 ב. בנו שעון המתאים לשנת 2005, היעזרו במידע שבטבלה.  
 לאלה שנים נוספות מתאים השעון שבניתם לשנת 2005? מה משותף לכל השנים הללו?  
 ג. הסבירו מדוע השעון שבניתם לשנת 2005 מתאים רק לחלק מהשנים המתחילות בשבת. בנו שעון המתאים גם לשנים האחרות שמתחילות בשבת.  
 ד. כתבו את רשימת השנים במאה ה-21 המסתיימות בשבת. הסבירו.  
 ה. מצאו מהי השנה הקרובה שבה יום הולדתך יחול בשבת.

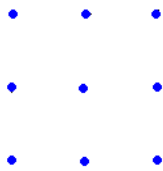
שנים במאה ה-21	היום הראשון של השנה
96, 90, 79, 73, 68, 62, 51, 45, 40, 34, 23, 17, 12, 06	א
91, 85, 80, 74, 63, 57, 52, 46, 35, 29, 24, 18, 07, 01	ב
97, 92, 86, 75, 69, 64, 58, 47, 41, 36, 30, 19, 13, 08, 02	ג
98, 87, 81, 76, 70, 59, 53, 48, 42, 31, 25, 20, 14, 03	ד
99, 93, 88, 82, 71, 65, 60, 54, 43, 37, 32, 26, 15, 09, 04	ה
94, 83, 77, 72, 66, 55, 49, 44, 38, 27, 21, 16, 10	ו
95, 89, 84, 78, 67, 61, 56, 50, 39, 33, 28, 22, 11, 05, 00	ז



**חידות מתמטיות**



1. לפניכם סרטוט מוקטן של מגרש ספורט. בכל צד של המגרש מוצבים 3 דגלונים, סך הכול 12 דגלונים. נסו להציב את 12 הדגלונים מחדש, כך שבכל צד של מגרש הספורט יהיו:
- 4 דגלונים;
  - 5 דגלונים;
  - 6 דגלונים.



2. לפניכם 9 נקודות היוצרות ריבוע. ציירו קו שבור המורכב מ-4 קטעים, שיעבור דרך כל 9 הנקודות.

3. יעל שמה לב כי כמה מכפלות של 5 מספרים עוקבים מסתיימות ב-20:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

$$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$$

$$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 2520$$

- יעל קבעה כי מכפלתם של כל 5 מספרים עוקבים היא מספר המסתיים ב-20.

- א. האם יעלה צדקה? הסבירו את קביעתכם.
- ב. האם נכונה הטענה, שספרת היחידות של מכפלת חמישה מספרים עוקבים היא תמיד 0? הסבירו.
- ג. אם נכפול את כל המספרים השלמים מ-1 עד 100 תתקבל מכפלה המסתיימת באפס. בכמה אפסים מסתיימת המכפלה?

4. כל הפאות של קובייה, שאורך צלעה 3 ס"מ, נצבעו בצבע אדום.

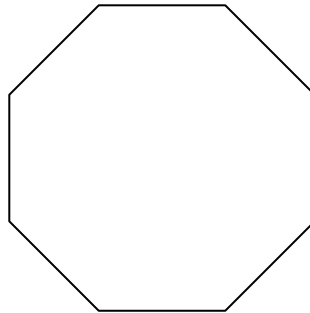
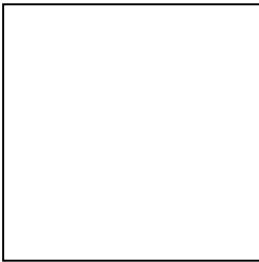
מחלקים את הקובייה לקוביות של 1 סמ"ק.

- א. כמה קוביות קטנות יתקבלו?
- ב. לכמה מהקוביות הקטנות יהיו 4 פאות אדומות?
- ג. לכמה מהקוביות הקטנות יהיו 3 פאות אדומות?
- ד. לכמה מהקוביות הקטנות יהיו 2 פאות אדומות?
- ה. לכמה מהקוביות הקטנות תהיה פאה אדומה אחת?
- ו. לכמה מהקוביות הקטנות לא יהיו כלל פאות אדומות?

5. דני שם לב שרכבת עברה עמוד תוך 6 שניות, וגשר תוך 10 שניות. אורך הגשר 100 מ'. האם דני יוכל לחשב את אורך הרכבת ואת מהירותה? עזרו לו!

6. כל יום, בשעה 12:00 בצהריים, יוצאת אונייה מנמל חיפה לאמסטרדם. האונייה שטה במהירות קבועה, ומגיעה לאמסטרדם בדיוק כעבור 3 יממות. גם מאמסטרדם לחיפה יוצאת כל יום בשעה 12:00 בצהריים אונייה, באותה המהירות.

כמה אוניות השטות בכיוון הנגדי פוגשת כל אונייה בדרכה?



7. לפניכם ריבוע ומתומן משוכלל. נסו לחלק את הריבוע ל-5 חלקים, ולהרכיב מהם את המתומן.

8. בתרגיל  $1+2+3-4+5+6+7+8+9$  כתובות כל הספרות מ-1 עד 9 לפי הסדר. תוצאת התרגיל היא 100.

נסו למצוא אפשרויות נוספות לכתוב סימני "+" ו-"-" בין הספרות 123456789 (בלי לשנות את סדרן) כך שיתקבל המספר 100.

9. ועכשיו בסדר ההפוך: נסו לכתוב סימני "+" ו-"-" בין הספרות 987654321 (בלי לשנות את הסדר) כך שיתקבל המספר 100.

01. בין הספרות הנתונות כתבו סימנים של פעולות חשבון (+, -, ×, :), כך שיתקבל שוויון.

12=2                      1234=2                      123456=2                      12345678=2

123=2                      12345=2                      1234567=2                      12345679=2

11. קובייה בנפח מטר מעוקב אחד נחתכה לקוביות של מ"מ מעוקב. הקוביות הונחו בשורה ישרה. כמה זמן תארך הליכה לאורך הקטע הזה במהירות של 5 קמ"ש?